

DBH 2 MATE

MATIKA

Lander INTXAUSTI

Santi LARRAÑAGA

erein

DBH **2** MATE
MATIKA

Lander INTXAUSTI

Santiago LARRAÑAGA

Aurkibidea

1. Zenbakikuntza: zenbaki errealak eta eragiketak

1. Sarrera
2. Problema-egoera
3. Zer ikasiko dut unitate honetan?
4. Zenbakikuntza
 - a) Sistema Hamartarra
 - b) Sistema Bitarra
 - c) Sistema Hirurogeitarra
 - d) Sistema Erromatarra
 - e) Unitate Sistema
5. Zenbaki osoak
6. Zatigarritasun-erlazioa
7. Zatigarritasun-irizpideak
8. Eragiketak zenbaki osoekin
9. Zatikiak, zenbaki hamartarrak eta ehunekoak
10. Zatikiak, zenbaki hamartarrak eta ehunekoak konparatzea eta ordenatzea
11. Zenbaki arrazionalak eta irrazionalak. Zenbaki errealak.
12. Zenbaki osoak, zenbaki hamartarrak eta zatikiak
13. Lantzeko jarduerak
14. Zer ikasi dut. Autoebaluazioa
15. Unitate-amaierako testa

2. Geometria. Pitagoraren teoria. Irudi eta gorputz geometrikoen neurriak

1. Sarrera
2. Problema-egoera
3. Zer ikasiko dut unitate honetan?
4. Pitagoraren teorema
5. Irudi eta forma geometrikoak
6. Perimetroa, azalera eta bolumena
7. Lantzeko jarduerak
8. Zer ikasi dut. Autoebaluazioa
9. Unitate-amaierako testa

3. Aljebra

1. Sarrera
2. Problema-egoera
3. Zer ikasiko dut unitate honetan?
4. Aljebraren oinarriak
5. Ekuazioak
6. Bigarren mailako ekuazioak
7. Ekuazio linealak
8. Ekuazio sistemak
9. Lantzeko jarduerak
10. Zer ikasi dut. Autoebaluazioa
11. Unitate-amaierako testa

4. Funtzioak

1. Sarrera
2. Problema-egoera
3. Zer ikasiko dut unitate honetan?
4. Funtzioen oinarriak
5. Funtzioen adierazpen grafikoa
6. Funtzioen ezaugarriak
7. Proportzionaltasun zuzena
8. Funtzio linealak: $y = mx + b$
9. Funtzio konstanteak: $y = k$
10. Alderantzizko proportzionaltasuna
11. Lantzeko jarduerak
12. Zer ikasi dut. Autoebaluazioa
13. Unitate-amaierako testa

5. Geometria. Antzekotasuna. Talesen teorema

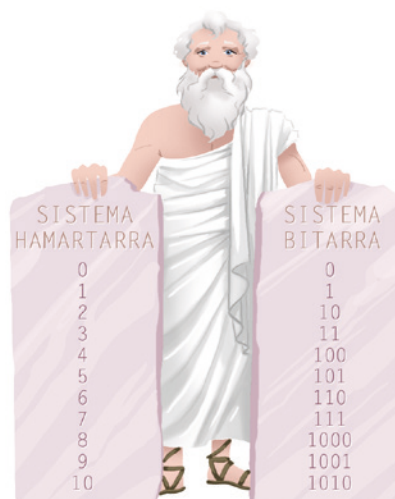
1. Sarrera
2. Problema-egoera
3. Zer ikasiko dut unitate honetan?
4. Antzeko irudiak eta antzekotasun-arrazoia
5. Antzeko irudien perimetroen, azalaren eta bolumenen arteko arrazoiak
6. Eskala
7. Talesen teorema
8. Antzeko irudiak eraikitzen
9. Lantzeko jarduerak
10. Zer ikasi dut. Autoebaluazioa
11. Unitate-amaierako testa

6. Estatistika, Zoria eta Probabilitatea

1. Sarrera
2. Problema-egoera
3. Zer ikasiko dut unitate honetan?
4. Estatistika deskribatzailearen oinarrizko elementuak
5. Estatistika-grafikoak
6. Zentralizazio-neurriak
7. Sakabanatze neurriak: ibiltartea eta batez besteko desbideratzea
8. Gertaerak eta zorizko esperimenduak
9. Probabilitatea eta probabilitatearen kalkulua
10. Lantzeko jarduerak
11. Zer ikasi dut. Autoebaluazioa
12. Unitate-amaierako testa

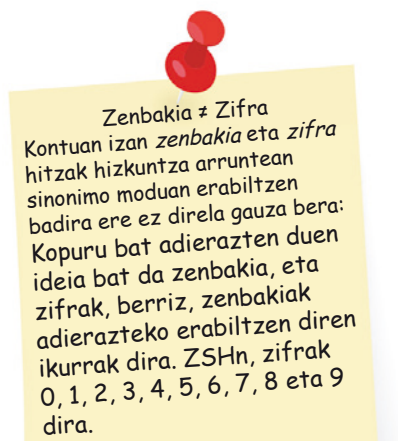
1

Zenbakikuntza: zenbaki errealak eta eragiketak



*Ishangoko hezurra, Goi Paleolitokoa
(Kongoko Errepublika Demokratikoa, K.a. 20.000 urte)*

Lehenengo gizataldeek berehala izan zuten beren antzeko taldeak konparatu eta handiena zein zen erabakitze premia. Zenbaketaren bitartez konpondu zitekeen hori, kopuruari lotutako zenbakiei esker. Gizatalde haiek geroz eta konplexuagoak ziren, eta, ondorioz, kopuruei eta magnitudeei lotutako gero eta arazo konplexuagoak sortzen zitzaizkien; horiei erantzuteko, zenbakikuntza-sistemak sortu ziren. Kultura adina zenbakikuntza-sistema osatu dira historian zehar: babilonikoa, egiptoarra, maia, erromatarra... Gaur egun guk erabiltzen dugunari Zenbakikuntza Sistema Hamartarra esaten zaio.



1. Problema-egoera

Telefono mugikorren barne-memoriak era askotako datuak gordetzen ditu. Mugikorrak dakarren memoria hori mugatua da, eta, erabat betez gero, telefonoak arazoak sortzen ditu. Zure mugikorraren (tabletaren eta ordenagailuaren antzeko beste edozein gailu memoriadunak ere balio du) barne-memoriaren edukiera bilatu, eta instalatuta dituzun aplikazioek, irudiek, audioek, bideoek eta bestelako dokumentuek hartzen duten lekua jakin beharko duzu. Ondoren, datu mota bakoitzak zure mugikorraren barne-memorian zer ehuneko betetzen duen kalkulatu beharko duzu. Nahi izanez gero, kalkulu-orri batean antolatu eta gela osoko datuak jaso daitezke, ondoren irudikatzeko.

Gordetako datuak	Betetzen duten memoria (MB)	Mugikorraren barne-memoriaren zer ehuneko (%) betetzen duen
Aplikazioak		
Irudiak		
Audioak		
Bideoak		
Bestelako dokumentuak		

2. Zer ikasiko dut unitate honetan?

- Zenbakikuntza Sistema Hamartarraren erabilera
- Nazioarteko Unitate Sistemaren erabilera
- Zenbaki oso, zenbaki hamartar, zatiki eta ehunekoak nola erabili oinarritzko eragiketa aritmetikoetan: batuketa, kenketa, biderketa, zatiketa, berreketa eta zatiketa.
- Zenbaki horien erabilera egoera errealean.

3. Zenbakikuntza Sistema Hamartarra

Kultura guztiek ez dituzte zenbakiak modu berean adierazi historian. Guk erabiltzen dugun garrantzitsuenetakoa Zenbakikuntza Sistema Hamartarra (ZSH) da. Ezaugarri nagusi hauek ditu:

- **Hamartarra** da: ordena bateko hamar unitatek hurrengo ordena handiagoko unitate bat osatzen dute. Adibidez, 10 ehunekok milako bat osatzen dute.
- **Posizionala** da: zifraren balioa zenbakian duen kokapenaren arabera da. Adibidez, 3 zifraren balioa ez da berdina 347 edo 473 zenbakietan.

Milioiak	Ehun milakoak	Hamar milakoak	Milakoak	Ehunekoak	Hamarrekoak	Batekoak
1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1
10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0

Idea horri jarraituz, edozein zenbaki deskonposa daiteke hura osatzen duen zifra bakoitzaren posizio-balioaren arabera. Gogoratu deskonposaketa hiru erataria egin daitekeela:

	Batuketa gisa	Batuketa-biderketa gisa	Berreketa gisa
2.170 =	2.000 + 100 + 70	$= 2 \times 1.000 + 1 \times 100 + 7 \times 10$	$= 2 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 7 \times 10^1$
850.000	800.000 + 50.000	$= (8 \times 100.000) + (5 \times 10.000)$	$= 8 \times 10^{15} + 5 \times 10^4$

Garrantzitsua da, halaber, **zenbaki baten magnitude-ordena** identifikatzen jakitea, horrek adieraziko baitigu zenbaki horren *tamaina*. Magnitude ordena jakiteko, balio handieneko zifraren posizioa zehazten jakin behar dugu.

EMo	HMo	Milioiak	EM	HM	Milakoak	E	H	B
10 ⁸	10 ⁷	10 ⁶	10 ⁵	10 ⁴	10 ³	10 ²	10 ¹	10 ⁰
							5	1
			7	1	0	0	0	0
	3	3	0	0	0	0	0	0

Magnitude-ordena		
51	10 ¹	hamarrekoa
710.000	10 ⁵	ehun milakoa
33.000.000	10 ⁷	hamarreko milioikoa

Zenbakikuntza Sistema Bitarra

Gaur egun garrantzi handia du zenbakikuntza-sistema **bitarrak**. Nahiz eta gizakiok ez erabili modu arruntan, konputagailu ia guztiek erabiltzen dute sistema hori. Sistema bitarra ere posizionala da, baina bi zifra baina ez ditu, 0 eta 1; sistema hau bitarra denez, oinarritzat 2 duten berreketen bitartez adieraz ditzakegu zenbakiak.

0 eta 1 bi tentsio elektriko-maila ez dira berdinak

Sistema hamartarretik sistema bitarrera:

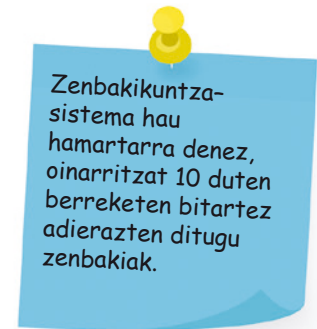
Sistema bitarrean adierazi behar den zenbakia zati 2 egiten da behin eta berririo, zatidura 1 den arte; ondoren, hondar guztiak ordenatzen ditugu, azken zatidura horretatik hasi eta lehen hondarreraino.

Adibidez :75 bitarrean adierazteko

75 : 2 = 37 eta hondarra 1 da
 37 : 2 = 18 eta hondarra 1 da
 18 : 2 = 9 eta hondarra 0 da
 9 : 2 = 4 eta hondarra 1 da
 4 : 2 = 2 eta hondarra 0 da
 2 : 2 = 1 eta hondarra 0



Azken zatidura 1 da. 1 idazten dugu, eta hondarrak antolatzen ditugu, azkenetik lehenengora → 1001011



1. Zenbakikuntza: zenbaki erreala eta eragiketak



Sistema bitarretik sistema hamartarrera:

Sistema bitarrean agertzen zaizkigun 0 eta 1, 2aren berreketak biderkatzen dituzte:

	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Sistema bitarreko zifra horrek sistema hamartarrean duen balioa	64	32	16	8	4	2	1
					1	0	0
			1	0	1	0	0

Sistema bitarrean 100 $\rightarrow$ Sistema hamartarrean $1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 4$

Sistema bitarrean 10100 $\rightarrow$ Sistema hamartarrean $2^4 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

Zenbakikuntza Sistema Hirurogeitarra

Sistema hirurogeitarra denbora eta angelu neurriekin erabiltzen da. Sistema horretan, ordena bateko hirurogei unitatek hurrengo ordena handiagoko unitate bat osatzen dute. Adibidez, 60 minutuk ordu bat osatzen dute.

Denbora	ordua (h)	minutua (min)	segundoa (s)
Angelu-neurria	gradua ($^\circ$)	minutua ($'$)	segundoa ($''$)

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} \quad 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \quad 1^\circ = 60' \quad 1' = 60''$$

Segundoa baino unitate txikiagoan adierazteko, sistema hamartarre-ra jotzen da.

$$1 \text{ s} = 10 \text{ segundo-hamarren} = 100 \text{ segundo-ehunen}$$

Zenbakikuntza Sistema Erromatarra

Sistema erromatarra hamartarra da, baina I, V, X, L, C, D, eta M letrak erabiltzen dira zifra moduan; ez da posizionala, beti balio berbera baitute zifra horiek. Sistema horretan zenbakia lortzeko, ezkerretik eskuinera irakurtzen da, eta letren balio handienetik txikienera, batu egiten dira ($XV = 15$); letra batek balio handiagoko letra bat badu eskuinean, letra horri berak duen balioa kentzen dio ($LIV = 54$). Gaur egun oso gutxi erabiltzen da.

Era konplexua Era ez-konplexua

$$2 \text{ h } 30 \text{ min} = 150 \text{ min}$$

$$2^\circ 5' = 125'$$

Angelu zuzena = 90°

Angelu laua = 180°

Angelu osoa = 360°



Letraren gainean marra bat jarritz gero, 1000 aldiz handiagoa den zenbaki bat adierazten da:

$$\bar{V} = 5000$$

$$\bar{C} = 100.000$$

$$\bar{M} = 1.000.000$$

Erromatarrean	Hamartarrean
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1.000

1. Idatzi letraz zenbaki hauek, eta adierazi beren magnitude-ordena:

- 1.067
- 26.702.378
- 103.037
- 357.000.057
- 89.100
- 1.000.000.000.000

2. Idatzi zifraz zenbaki hauek, eta adierazi beren magnitude-ordena. Esan zein den txikiena eta zein handiena.

- Hamahiru mila berrogeita hamahiru
- Hirurogeita zazpi mila ehun eta hamasei
- Zazpiehun milioi eta zazpi
- Mila milioi bostehun eta hirurogeita bost
- Mila bostehun milioi eta hirurogeita bost mila

3. Deskonposa itzazu zenbaki hauek batuketa, batuketa-biderketa eta berreketa gisa, adibideari jarraituz. Ondoren, ordenatu txikitik handira.

$$13.207 = 10.000 + 3.000 + 200 + 7 =$$

$$1 \times 10.000 + 3 \times 1.000 + 2 \times 100 + 7 \times 1 =$$

$$1 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^0$$

- a) 200.900 d) 47.001
b) 105.067 e) 125.056.234
c) 3.006.789 f) 700.000

4. Adierazi sistema hamartarrean sistema bitarrean dauden zenbaki hauek. Erabilgarria izango zaizu biren berreketak erakusten dituen goiko taula. Saiatu kalkuluak buruz egiten.

- a) 11 c) 1001 e) 10000
b) 101 d) 1111

5. Adierazi zenbaki hauek sistema bitarrean, aurretik agertzen den prozedura erabiliz. Pentsatu zenbakia biren berreketa den.

- a) Hamar e) Hogeita hamalau
b) Hamasei f) Berrogei
c) Hogeita hamar g) Ehun eta hogeita sei

6. Adierazi ordu eta minutuetan.

- a) 89 min c) 215 min e) 2 egun
b) 152 min d) egun erdia f) 3 egun

7. Adierazi modu ez-konplexuan.

- a) 2 h 20 min d) 1 s 2 segundo ehunen
b) 3 h 30 s e) 2° 15'
c) 20 s 10 segundo-ehunen f) 2° 2' 2"

8. Adierazi modu konplexuan.

- a) 357 segundo-ehunen d) 1000 min
b) 200 s e) 9 egun
c) 75 min f) 90 egun

4. Nazioarteko Unitate Sistema

Nazioarteko Unitate Sistema da munduko ia herrialde guztiek erabiltzen duten unitate-sistema, eta Sistema Metriko Hamartarrean du jatorria. Sistema Metriko Hamartarra, berriz, Zenbakikuntza Sistema Hamartarrean dago oinarrituta: ordena bateko hamar unitatek, hurrengo ordena handiagoko unitate bat osatzen dute.

	mila	ehun	hamar	unitatea/ banakoa	hamarrena	ehunena	milarena
Oinarria hamar duten berreketak	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
Zenbaki hamartarra	1.000	100	10	1	0,1	0,01	0,001
Aurritzia	kilo	hekto	deka	ez du	dezi	zenti	mili
Sinboloa	k	h	da	magnitude bakoitzari dagokiona	d	c	m

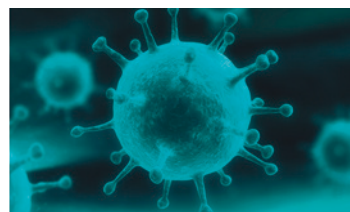
Kilo-tik gorako eta mili-tik beherako unitateak zehazteko, mila handiz handiago edo txikiago diren unitateak definitzen dira:

	biloi	miliar	milioi	unitatea/ banakoa	milioiren	miliarren	biloiaren
Oinarria hamar duten berreketak	10^{12}	10^9	10^6	1	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
Aurritzia	tera	giga	mega	ez du	mikro	nano	piko
Sinboloa	T	G	M	magnitude bakoitzari dagokiona	μ	n	p

Magnitudeak
propietate fisikoak
neurgarriak dira:
luzera, masa,
denbora, temperatura,
argitasuna...



Ettxeko hautseko akaro arrunten
luzera 250 μ m ingurukoa da.



Influenza birusaren (gripearena)
diametroa 100 nm-koa da.

Informazio digitalaren
biltegitratzea neurtzeko,
arruntak dira kilo baino
unitate handiagoak
erabiltzea: megabit,
gigabit, terabit

9. Adierazi neurri bakoitza eskatzen zaizun unitatean.

Kontuan izan magnitude bakoitzarentzat zer zenbakikuntza-sistema erabiltzen den (hamartarra edo hirurogeitarra).

- | | |
|----------------------|--------------------|
| a) 537 mg = [] kg | i) 33 cl = [] l |
| b) 1.003 kg = [] dg | j) 3 l = [] dl |
| c) 2.034 mg = [] g | k) 200 l = [] hl |
| d) 1 mg = [] kg | l) 20 dal = [] kl |
| e) 237 cm = [] m | m) 3 h = [] min |
| f) 234 hm = [] m | n) 7 min = [] s |
| g) 3 nm = [] mm | o) 90 min = [] h |
| h) 1 mm = [] km | p) 80 min = [] h |

10. Kalkulatu:

- Autobus baten luzera:
 Hatz lodiaren luzera:
 Orain zauden eraikinaren altuera:
 Orain zauden gelaren zabalera:
 Kafe koilara baten pisua:
 Tennis-pilota baten pisua:
 Sakelako telefono baten pisua:
 Zaldi baten pisua:
 Edalontzi baten edukiera:
 Zure etxeko hozkailuaren edukiera:
 Ordenagailu baten disko zurrunaren edukiera:

Zenbaki oso positiboen multzoa $\mathbb{Z}^+$ = zenbaki arrunten multzoa, $\mathbb{N}$

Zenbaki oso negatiboen multzoa $\mathbb{Z}^-$

5. Zenbaki osoak

Gogoratuko duzunez, zenbaki osoen multzoa zenbaki arruntek, zeroak eta zenbaki negatiboek osatzen dute; Z letraren bidez adierazten dira.

$$\mathbb{Z} = \{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\dots\}$$

Zenbaki osoak konparatzea eta ordenatzea

Zenbaki oso bakoitza zenbakizko zuzeneko puntu bati dagokio. Zenbat eta eskuinerago kokatu, hainbat eta handiagoa izango da zenbakia.



Zenbaki osoen balio absolutua lortzeko, zeinua kentzen dugu. Balio absolutuak zenbakiaren kokapenetik zerora dagoen distantzia ematen digu. Balio absolutu bera baina kontrako zeinua duten zenbaki osoak **aurkakoa** dira. Aurkako zenbakiak zerotik distantzia berera daude, beraz.

a edozein zenbaki oso izanik: a -ren balio absolutua = $|a|$

$$|(+13)| = 13 \quad |(-101)| = 101$$

$(+13)$ -ren **aurkakoa edo elementu simetrikoa** (-13) da

(-101) -ren **aurkakoa edo elementu simetrikoa** $(+101)$ da

$$|(+13)| = |(-13)| = 13$$



11. Zenbaki oso hauek oinarri hartuta:

36, -17, 0, 43, -26, 13, 11, -51

- a) Marraztu zenbakizko zuzen bat, eta kokatu zenbakiak, zeroarekiko duten distantzia errespetatzen saiatuz.

- b) Egin zerrenda bat zenbaki horiek letraz idatziz, eta ordenatu handitik txikira.
 c) Idatzi zenbaki horien aurkakoa eta balio absolutua.
 d) Zein da txikiena?
 e) Zein da zerotik distantzia handiagora dagoena?

Zatigarritasun-erlazioa

a) Zenbaki multiploak eta zatitzaileak

Osoko zenbaki bat zenbaki arruntez biderkatuta lortzen diren zenbakiei **multiplo** esaten diegu.

$4 \rightarrow 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, \dots$ 4ren multiploak dira.

$10 \rightarrow 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, \dots$ 10ren multiploak dira.

a edozein zenbaki oso bada eta k edozein zenbaki arrunt, b zenbaki oso bat izango da, a -ren multiplo deritzona
 $a \times k = b$

12. Leiho-diseinu batek 8 kristal ditu. Aztertu nola aldatuko den kristal kopurua leiho kopurua aldatzean.

Leiho kopurua	1							40
Kristal kopurua	40							1

14. Idatzi zenbaki hauen lehen bost multiploak. Ez erabili kalkulagailurik.

- a) 5: d) 13:
 b) 8: e) 23:
 c) 11: f) 101:

13. Zenbat multiplo izango ditu edozein osoko zenbakik?

Zenbaki oso bat zenbaki arrunt batekin zatitu eta emaitza beste zenbaki oso bat bada, zenbaki arrunt horri **zatitzaile** esaten diogu.

$12 : 2 = 6 \rightarrow$ 12ren zatitzailea da 2
 12ren zatitzaileak: 1, 2, 3, 4, 6 eta 12 (sei zatitzaile):
 $12 : 1 = 12$ $12 : 2 = 6$ $12 : 3 = 4$ $12 : 4 = 3$ $12 : 6 = 2$
 zatidura guztiak osoko zenbakiak dira

Biderkatzea eta zatitzea alderantzizko eragiketak diren bezala, *multiplo* eta *zatitzaile* kontzeptuak alderantzizko kontzeptuak dira.

$a = b \times c$ $a : b = c$ $a : c = b$
 a zenbakia b -ren eta c -ren multiploa da
 b eta c zenbakiak a -ren zatitzaileak dira

a eta b zenbaki osoak izanik eta a b -z zatituz emaitza zenbaki oso bat bada, b zenbakia a -ren *zatitzaile* esaten zaio.
 $a : b = c$; c zenbaki osoa bada, b a -ren zatitzailea da.

1 zenbakia edozein osoko zenbakiren zatitzailea da.
 Osoko zenbaki guztiak dira beren buruaren zatitzaile.

15. Esan baieztapen hauek egia (E) ala gezurra (G) dioten.

- a) 10en zatitzaile guztiak 40ren zatitzaile dira.
 b) 40ren zatitzaile guztiak 10en zatitzaile dira.

- c) 10en multiplo guztiak 40ren multiplo dira.
 d) 40ren multiplo guztiak 10en multiplo dira.
 e) Adierazi, modu orokorrean, elkarren multiplo eta zatitzaile diren zenbakien arteko erlazioak.

Zenbaki baten zatitzaile guztiak aurkitzeko, osoko zenbaki guztiez zatituko dugu, 1etik hasita, zatidura zatitzailearen berdina edo txikiagoa izan arte. **Zatiketak zehatzak direnean, zatitzaileak eta zatidura dira zenbakiaren zatitzaileak.**

90 : 4 ez da
zatiketa
zehatza

90:7 ez da
zatiketa
zehatza

90:8 ez da
zatiketa
zehatza

STOP!
90 : 10 = 9, zatidura
zatitzailea baino
txikiagoa da

90 : 1 = 90 → 90 : 2 = 45 → 90 : 3 = 30 → 90 : 5 = 18 → 90 : 6 = 16 → 90 : 9 = 10
1, 90 2, 45 3, 30 5, 18 6, 16 9, 10
→ 90ren zatitzaileak: 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 16, 18, 30, 45, 90



16. Zenbakikuntza-sistema hirurogeitarrean 60 da oinarria.

Aztertu zenbaki horren zatitzaileak, eta konparatu guk erabiltzen dugun sistemaren oinarriarekin. Deskribatu aurkitu duzuna. Zein dira, zure ustez, oinarri bakoitzaren alderdi onak eta txarrak?

Zatigarritasun-irizpideak

Zenbaki baten zatitzaile guztiak aurkitzeko, hainbat arau praktiko daude.

Zatigarritasun-irizpideak: 2, 4, 5 eta 10

- Zenbaki bat zati 2 egin daiteke, bikoitia bada:

278 bikoitia da, zati 2 egin daiteke. Beste modu batera esanda, 278 zenbakia 2 zenbakiaren multiploa da.



17. Pentsatu: Zer zenbakitan bukatuko dira 2ren multiploak?

- Zenbaki bat 4z zatitu daiteke, zenbaki horren erdia bikoitia bada:

556 → erdia 278 da, bikoitia, 4z zatigarria da.

- Zenbaki bat 5ez zatitu daiteke, 5 edo 0 bukatzen bada.

75 → 5ean bukatzen da; 75 zenbakia 5en multiploa da.

- Zenbaki bat 10ez zatitu daiteke, 0 bukatzen bada.

Zatigarritasun-irizpideak: 3, 9 eta 11

- Zenbaki bat 3z zatitu daiteke, bere zifren batura zati 3 egin badaiteke.

207 → 2 + 0 + 7 = 9 → 9 : 3 = 3;
3z zatigarria da; 207 zenbakia 3ren multiploa da.
533 → 5 + 3 + 3 = 11, ez da 3z zatigarria.

- Zenbaki bat 9z zatitu daiteke, bere zifren batura zati 9 egin badaiteke.

$$459 \rightarrow 4 + 5 + 9 = 18 \rightarrow 18 : 9 = 2;$$

9z zatigarria da; 459 zenbakia 9ren multiploa da.

$$199 \rightarrow 1 + 9 + 9 = 19, \text{ ez da 9z zatigarria.}$$

- Zenbaki bat 11z zatitu daiteke, zenbaki horren posizio bikoitiko zifren batura ken posizio bakoitiko zifren batura zati 11 egin badaiteke.

$$561 \rightarrow |6 - (5+1)| = |6 - 6| = 0;$$

0 zenbakia zati 11 egin daiteke; 561 zenbakia 11ren multiploa da.

$$4609 \rightarrow |(4 + 0) - (6 + 9)| = |4 - 15| = |-11| = 11;$$

11 zati 11 egin daiteke; 4609 zenbakia 11ren multiploa da.

Kontuan hartu zenbaki baten zatitzaileak bikoteka lortzen direla. Zenbaki baten zatitzaileak lortu eta kopurua bakoitia bada, baten bat ahaztu zaizul!

-  **18.** Idatzi 9z zati daitezkeen hiru zifrako 5 zenbaki. Zenbaki horiek ezin dute zifra berarekin bukatu.

- 19.** Aurkitu zenbaki bakoitzari falta zaion zifraren balioa baldintza hauek betetzeko:

1_21 zati 3 egin ahal izateko.	2, 5, 8
4_31 zati 9 egin ahal izateko.	1
172_ zati 3 eta 2 egin ahal izateko.	2, 8
132_ zati 5 eta 2 egin ahal izateko.	0
172_ 3ren multiploa izateko baina ez 2rena.	7
893_ 2z, 3z eta 5ez zatigarria izateko.	5

- 20.** Osatu zenbaki hauei falta zaizkien zifrak 11z zatigarriak izateko:

__ __ __ (hiru zifrako zenbakia)
 9 _ _ _ _ 0 (sei zifrakoa) _ _
 (bi zifrakoa)

b) Zenbaki lehenak eta konposatuak

Gogoratuko duzun bezala, **zenbaki lehenak bi zatitzaile baino ez dituzten** zenbakiak dira, 1 eta euren burua; **zenbaki konposatuak**, bi zatitzaile baino gehiago dituztenak dira.

Zenbaki lehen txikienak identifikatzea ez da zaila; zenbaki lehen handiagoak identifikatzeko, zenbaki lehen txikiagoekin zatigarria den ala ez aztertuko dugu, zatidura zatitzailea baino txikiagoa den arte (zatitzaile guztiak aurkitzeko egiten dugun bezala). Hori egin ahal izateko, hasierako zenbaki lehenen zerrenda ordenatua jakin eta kalkulagailua erabili behar da.

Ehun arteko zenbaki lehenen zerrenda:
 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61,
 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

1 zenbakia ez da lehena, zatitzaile bakarra baitu

-  **21.** Erabili orain arte dakizuna zenbaki hauek lehenak diren ala ez aztertzeko. Esan zergatik den horrela kasu bakoitzean.

172 370 181 347 1001

Zenbaki bat faktore lehenetan deskonposatzea

Zenbaki konposatuak beraien zatitzaile (faktore) lehenen biderketa moduan adieraz daitezke. Hori lortzeko, prozedura honi jarrai diezaioke:

Demagun goiko zenbaki hori, 245, biderketa gisa deskonposatu nahi dugula. Prozedura honi jarraitu behar diozu:

- Zatitu zenbakia bere zatitzaile lehenetan txikienaz; zatitzaile hori 5 da.

$$275 : 5 = 55$$

$$(5 \times 55 = 275)$$

- Zatitu zatidura bere zatitzaile lehenetan txikienaz berriro ere; 55 zenbakiaren zatitzaile lehenetan txikiena 5 da:

$$55 : 5 = 11$$

$$(5 \times 11 = 55)$$

11 zenbakia lehena denez, bukatu dugu. Horrela, 275 zenbakia bere zatitzaile lehenen biderketa gisa adieraz dezakegu:

$$275 = 5 \times 5 \times 11 = 5^2 \times 11$$

Honela egin daiteke, modu ordenatuan lan egiteko:

275	5	→ 275 = 5 ² × 11
55	5	
11	11	
1		

Deskonposatu beharreko zenbakia handia bada eta hainbat zeroz amaitzen bada, ikusi zer egin daitekeen lana errazteko:

$$\begin{aligned}
 15.000 &= 15 \times 1000 \\
 &= 15 \times 10^3 \\
 &= 15 \times (2 \times 5)^3 \\
 &= 15 \times (2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5)^3 \\
 &= 15 \times 2^3 \times 5^3
 \end{aligned}$$

15	3	→ 15 = 3 × 5
5	5	
1		

$$15.000 = 3 \times 5 \times 2^3 \times 5^3 = 2^3 \times 3 \times 5^4$$

Zenbaki bat faktore lehenetan deskonposatzea bere zatitzaile lehenen biderketa moduan adieraztea da.

 22. Deskonposatu zenbaki hauek faktore lehenetan:

a) 123

c) 147

e) 149

b) 888

d) 1.500

f) 10.101

c) Bi zenbakiren edo gehiagoren zatitzaile komunetan handiena eta multiplo komunetan txikiena

Faktore lehenetan deskonposatzeak bi zenbakiren edo gehiagoren zatitzaile komunetan handiena (zkh) eta multiplo komunetan txikiena (mkt) aurkitzea errazten digu.

Zatitzaile komunetan handiena aurkitzeko prozedura

1. Zenbakiak faktore lehenetan deskonposatuko ditugu.
2. Berretzaile txikiena duten faktore lehen komunak biderkatuko ditugu.

Adibidez, 30en eta 216ren zkh aurkitzeko:

1. Deskonposatu zenbakiak faktore lehenetan:

$$30 = 2 \times 3 \times 5 \qquad 216 = 2^3 \times 3^3$$

2. Biderkatu berretzaile txikiena duten faktore lehen komunak:

$$\begin{array}{c} 2 \times 3 \\ \text{zkh (30, 216)} = 2 \times 3 = 6 \end{array}$$

Zenbaki bat beste baten zatitzailea bada, zenbaki txikiena izango da bien zkh.

Bi zenbakiren zatitzaile komuna 1 zenbakia besterik ez bada, bi zenbaki horiei elkarrekiko zenbaki lehen esaten zaie.

23. Kalkulatu buruz.

- a) zkh (4, 8) d) zkh (15, 30) g) zkh (24, 36, 48)
b) zkh (5, 10, 30) e) zkh (7, 29) h) zkh (10, 100, 1.000)
c) zkh (6, 8) f) zkh (25, 75, 125)

24. Kalkulatu.

- a) zkh (62, 82) c) zkh (40, 380) e) zkh (35, 245)
b) zkh (90, 126) d) zkh (36, 144) f) zkh (23, 40, 80)

25. Tamarak 180 sagar, 160 laranja eta 140 mandarina sartu behar ditu poltsatan. Poltsa guztietan fruta-ale kopuru bera egon behar du, baina ezin dira fruta mota bat baino gehiago nahastu. Zenbat fruta-ale sartu behar du poltsa bakoitzean ahalik eta poltsa gutxien erabiltzeko?

26. Bilatu zenbaki lehen ez diren baina elkarrekiko zenbaki lehen diren bi zifrako bi zenbaki. Azaldu idatziz zer estrategia erabili duzun zenbaki horiek aurkitzeko.

Multiplo komunetan txikiena aurkitzeko prozedura

1. Zenbakiak faktore lehenetan deskonposatuko ditugu.
2. Berretzaile handiena duten faktore lehen komunak eta ez-komunak biderkatuko ditugu.

Adibidez, 24, 40 eta 60ren mkt aurkitzeko:

1. Zenbakiak faktore lehenetan deskonposatu:

$$24 = 2^3 \times 3 \quad 40 = 2^3 \times 5 \quad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

2. Berretzaile handiena duten faktore lehen komunak eta ez-komunak biderkatu:

$$\begin{array}{c} 2^3 \times 3 \times 5 \\ \text{mkt (24, 40, 60)} = 2^3 \times 3 \times 5 = 120 \end{array}$$

27. Kalkulatu buruz.

- a) mkt (2, 3) = d) mkt (6, 12) = g) mkt (3, 7) =
b) mkt (4, 5) = e) mkt (5, 10) = h) mkt (3, 11) =
c) mkt (6, 9) = f) mkt (15, 20) = i) mkt (7, 11) =

28. Naroak lau egunez behin jokatzen du, goizez, esku-pilotan lagun talde batekin, eta sei egunez behin

tenisean jokatzen du, arratsalde, beste talde batekin. Zenbat egunez behin jokatzen du bi kiroleetan?

29. Ikastetxeko garbitzaileek lau egunez behin egiaztatzen dute komunetako papera eta bost egunez behin xaboia. Zenbat egunez behin egiaztatu behar dituzte biak?

Batuketak kenketa moduan adierazi daitezke eta alderantziz; hori egiteko, aurkako elementuarekin jokatzen dugu.

Eragiketak zenbaki osoekin

d) Batuketa eta kenketa

Zenbaki osoak batu edo kentzeko, zenbaki positiboekin zein negatiboekin lan egitea egokituko zaizu. **Gogoratu zenbaki positibo edo negatibo bat kentzea bere aurkakoa batzearen berdina dela.**

Batuketa

$$4 + 3 = 7 \quad 4 + (-3) = 4 - 3 = 1$$

$$(-4) + 3 = -1 \quad (-4) + (-3) = (-4) - 3 = -7$$

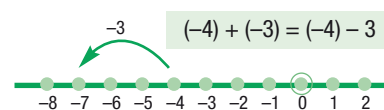
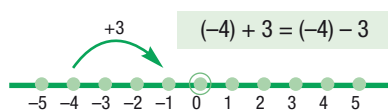
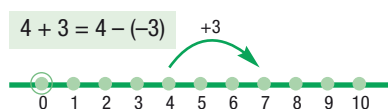
Kenketa

$$4 - (+3) = 4 + (-3) = 1$$

$$14 - (-3) = 14 + 3 = 17$$

$$(-4) - (+3) = (-4) - 3 = -7$$

$$(-4) - (-3) = (-4) + 3 = -1$$



Idea horretan oinarrituta, prozedura hau erabil dezakezu hainbat zenbaki positibo edota negatibo batzeko edo kentzeko:

1. Kenketa guztiak batuketa bihurtu
2. Zenbaki positiboen batura kalkulatu
3. Zenbaki negatiboen batura kalkulatu
4. Aurreko bi emaitzen batura kalkulatu

Adibidez:

$$(-4) - (+8) - (-5) + (+3) - (-6) - (+1)$$

$$1. (-4) + (-8) + 5 + 3 + 6 + (-1)$$

$$2. 5 + 3 + 6 = 14$$

$$3. (-4) + (-8) + (-1)$$

$$4. 14 + (-13) = 1$$

$$(-4) - (+8) - (-5) + (+3) - (-6) - (+1) = 1$$

30. Kalkulatu buruz eragiketa hauen emaitza:

- a) $5 + 5 + 6 - 9 =$ c) $(-23) + (+6) - 3 - (+3) =$ e) $(-8) + (-3) + 7 =$ g) $35 + (-19) - 21 =$
b) $(+18) + (+19) - 1 =$ d) $(-52) + (-17) + (-1) =$ f) $-17 + (-32) - 1 =$ h) $(-27) - 37 - 5 =$

e) Biderketa eta zatiketa

Zenbaki positiboak eta negatiboak biderkatu edo zatitzerakoan, zeinuen araua erabiliko dugu:

$(+3) \cdot (-8) = (-24)$	$(-35) : 7 = -5$
$(-4) \cdot (-9) = 36$	$(-90) : (-3) = 30$

•	+	-
+	+	-
-	-	+

Bi biderkagai baino gehiago daudenean, zeinu negatibodun biderkagai kopuruari erreparatu behar diozu:

$$(+3) \cdot (+5) \cdot (-2) = (-30) \text{ zeren eta } (+3) \cdot (+5) \cdot (-2) = (+15) \cdot (-2) = (-30)$$

$$(+3) \cdot (-5) \cdot (-2) = (+30) \text{ zeren eta } (+3) \cdot (-5) \cdot (-2) = (-15) \cdot (-2) = (+30)$$

$$(-3) \cdot (-5) \cdot (-2) = (-30) \text{ zeren eta } (-3) \cdot (-5) \cdot (-2) = (+15) \cdot (-2) = (-30)$$

- Biderkagai negatiboen kopurua bakoitia bada, emaitza negatiboa izango da
- Biderkagai negatiboen kopurua bikoitia bada, emaitza positiboa izango da

Biderketak, zatiketa moduan adieraz daitezke, eta alderantziz; hori egiteko alderantzizko elementuarekin jarduten dugu.

31. Kalkulatu buruz eragiketa hauen emaitza:

a) $5 \cdot (-5) \cdot 4 =$

c) $(-7) \cdot (+6) \cdot (-3) =$

e) $(-9) \cdot (-6) \cdot 2 =$

g) $3 \cdot (-11) \cdot (-2) =$

b) $(+8) \cdot (-4) \cdot (-1) =$

d) $(-101) \cdot (-3) =$

f) $(-17) \cdot 2 \cdot (-2) =$

h) $(-27) \cdot 5 \cdot 2 =$

Batuketaren eta biderketaren propietateak

Batuketaren eta biderketaren propietate hauek ezagutzeak eta erabiltzeak asko erraztuko dizkizu kalkuluak.

Trukakortasun-propietatea

Batuketarako $a + b = b + a$

Biderketarako $a \cdot b = b \cdot a$

Elkartze-propietatea

Batuketarako $(a + b) + c = a + (b + c)$

Biderketarako $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Banatze-propietatea:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Elementu neutroa:

Batuketarako, 0 da $a + 0 = a$

Biderketarako, 1 da $a \cdot 1 = a$

Kontrako elementua batuketan:

$$a + (-a) = 0$$

Alderantzizko elementua biderketan:

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

32. Aplikazio-jarduerak eta adibideak

Adibide baten bitartez, erakutsi banatze-propietatea ez dela kenketarekin eta biderketarekin betetzen.

1. Zenbakikuntza: zenbaki errealkak eta eragiketak

GOGORATU!

Karratu beteak: esponentea 2 denean, berreketa horiei karratu bete esaten zaie.

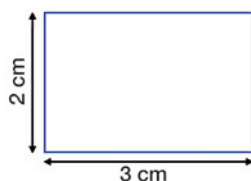
Kubo beteak: esponentea 3 denean, berreketa horiei kubo bete esaten zaie.

f) Berreketa eta erroketa

Gogoratu biderketa errepikatuak adierazteko erabiltzen ditugula berreketak:

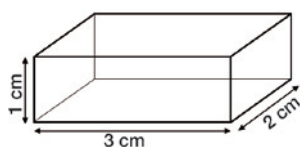
$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6$$

Biderkagai berdinak dituen batuketaren idazkera Idazkera baliokidea berreketa erabiliz



Laukizuzenaren azalera = $3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$

Unitate beretan neurtutako **bi neurri biderkatuz** lortzen dira azalera-unitateak → **Unitate karratuak dira**



Prismaren bolumena = $3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^3$

Bolumen-unitateak **unitate beretan** neurtutako **hiru neurri biderkatuz** lortzen dira → **Unitate kubikoak dira**

$$a^n$$

↑ OINARRIA
↑ BERRETZAILEA EDO ESPONENTEA
↑ BERREKETA

a zenbakia n aldiz biderkatzen dugu bere buruaz

Oinarria zenbaki positiboa denean, berreketaren emaitza positiboa izango da.

Oinarria zenbaki negatiboa denean, emaitza:

positiboa izango da esponentea bikoitia bada

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

negatiboa izango da esponentea bakoitia bada

$$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -(27)$$

$$(-10)^5 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = (-10.000)$$

$$\text{ERROTZAILEA} \rightarrow \sqrt[n]{a} = c$$

↑ ERROKIZUNA ↑ ERROA

Berreketaren kontrako eragiketa da erroketa.

Zer zenbaki biderkatu behar dut n aldiz a lortzeko?

$$\sqrt[n]{a} = c \Leftrightarrow c^n = a$$

GOGORATU!

Berretzailerik ez bada agertzen, erro karratua izango da.

$$5^2 = 5 \times 5 = 25 \rightarrow \text{bost ber bi}$$

$$\sqrt{25} = 5 \text{ hogeita bosten erro karratua bost da.}$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \rightarrow \text{bost ber hiru}$$

$$\sqrt[3]{125} = 5 \text{ ehun eta hogeita bosten erro kubikoa bost da.}$$

$$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625 \rightarrow \text{bost ber lau}$$

$$\sqrt[4]{625} = 5 \text{ seiehun eta hogeita bosten laugarren erroa bost da.}$$

Zenbaki positiboen erro karratua

Zenbaki positibo bat, zenbaki negatiboen biderketaren ondorioz lortu daiteke, baldin eta zenbaki negatiboen kopurua bikoitia baldin bada (gogoratu zeinuen araua):

$$(-3) \cdot (-2) = 6$$

$$(-4) \cdot (-4) = 16$$

$$(-3) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-5) = 120$$

$$(-3) \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot (-5) = 120$$

Biderkagai negatiboen kopurua bikoitia bada, emaitza positiboa da; horregatik, zenbaki positibo baten erro karratuak bi emaitza izango ditu.

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$\sqrt{25} = 5 \text{ eta } (-5)$$

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$$

Zenbaki negatiboen erroketa

Errokizuna negatiboa denean, erroak hainbat aldiz biderkatzen den zenbaki negatibo bat izan behar du (zenbaki positiboak biderkatuz ezin dugu zenbaki negatiborik lortu!). Zenbaki negatibo bera kopuru bakoiti batez biderkatuz lortuko dugu errokizun negatibo bat.

$$\sqrt[3]{(-1000)} = (-10) \quad \leftrightarrow \quad (-10) \cdot (-10) = (-1.000)$$

$$\sqrt[5]{(-32)} = (-2) \cdot (-2) \quad \leftrightarrow \quad (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-32)$$

Beraz, errotzaile bakoitiek ez dugu arazorik izango zenbaki negatibo baten erroa aurkitzeko. Errotzailea bikoitia denean, ordea, beste kontu bat da (nola lortu errokizun negatiboa erroa kopurua bikoiti batez biderkatzen dugunean?)

$$\sqrt[2]{(-4)} = ? \quad 2 \cdot 2 = 4 \text{ eta } (-2) \cdot (-2) = (-4)$$

$$2 \cdot (-2) = (-4) \text{ ez da erantzuna;}$$

$$2 \text{ eta } (-2) \text{ ez dira berdinak (erroa zenbaki bakar bat da).}$$

Aurrerago ikusiko duzu horren erantzuna.



33. Osatu, lehenengo, zenbaki arrunten karratuak eta kuboak; azken horiek buruz kalkulatu:

Zenbaki arrunta	Karratua	Kuboa
1	$1^2 =$	$1^3 =$
2	$2^2 =$	$2^3 =$
3	$3^2 =$	$3^3 =$
4	$4^2 =$	$4^3 =$
5	$5^2 =$	$5^3 =$
6	$6^2 =$	$6^3 =$
7	$7^2 =$	$7^3 =$
8	$8^2 =$	$8^3 =$
9	$9^2 =$	$9^3 =$
10	$10^2 =$	$10^3 =$

34. Kalkulatu.

$$\sqrt[2]{16} =$$

$$\sqrt{81} =$$

$$\sqrt{900} =$$

$$\sqrt[4]{16} =$$

$$\sqrt{100} =$$

$$\sqrt[2]{1.600} =$$

$$\sqrt[5]{32} =$$

$$\sqrt[3]{1.000} =$$

$$\sqrt[6]{64} =$$

$$\sqrt[4]{10.000} =$$

35. Kalkulatu.

$$\sqrt[3]{(-8)} =$$

$$\sqrt[3]{(-64)} =$$

$$\sqrt[3]{(-1.000)} =$$

$$\sqrt[5]{(-32)} =$$

Berreketaren eta erroketaren propietateak

Berreketekin eta erroketekin eroso aritzeko, ezinbestekoak dira propietate hauek ezagutu eta erabiltzen jakitea.

- Oinarri berdina duten berreketak biderkatzen direnean, esponenteak batzen dira:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2^2 \times 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 \quad 2^2 \times 2^4 = 2^{2+4}$$

- Oinarri berdina duten berreketak zatitzen ditugunean, esponenteen kenketa egiten da:

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{2^6}{2^4} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2^2 \quad 2^6 : 2^4 = 2^{6-4} = 2^2$$

Era honetako zatiketa batean, gerta daiteke zatitzailea zatikizuna baino handiagoa izatea. Kasu horietan, esponente negatiboa izango du emaitzak.

$$\frac{2^4}{2^6} = \text{esponenteen kenketa eginez: } 4 - 6 = -2 \quad \frac{2^4}{2^6} = 2^{-2}$$

Horren esanahia hobeto ulertzeko:

$$\frac{2^4}{2^6} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$$

- Esponentea 0 denean, berreketaren emaitza 1 da.

$$a^0 = 1$$

$$\frac{5^3}{5^3} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5} = 5^{3-3} = 5^0 = 1 \quad \frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0 = 1$$

- Oinarri bera ez duten baina esponente bera duten berreketak biderkatzen ditugunean, oinarriak biderkatzen dira eta esponenteari eusten zaio:

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

$$3^4 \times 2^4 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = (3 \times 2)^4 = 6^4$$

- Oinarri bera ez duten baina esponente bera duten berreketak zatitzen ditugunean, oinarriak zatitzen dira eta esponenteari eusten zaio:

$$a^m : b^m = (a : b)^m$$

$$6^4 : 2^4 = (6 \times 6 \times 6 \times 6) : (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 1296 : 16 = 81 = 3^4 = (6 : 2)^4$$

- Berreketa baten berreketa badugu, esponenteak biderkatzen dira:

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(3^2)^4 = (3 \times 3)^4 = 3^4 \times 3^4 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) = 3^8$$

 36. Adierazi kalkulu hauek berreketa bakar bat erabiliz:

$4^4 \bullet 4^5 =$

$2^2 \bullet 3^2 =$

$(5^3)^2 =$

$(10^3)^3 =$

$7^3 \bullet 7^2 =$

$6^3 \bullet 5^3 =$

$11^7 : 11^2 =$

$\frac{15^9}{15^3} =$

- Errotzaile bereko bi erroketen biderkadura = errokizunen biderkaduraren erroa

$$\sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \times b}$$

$$\sqrt{25} \times \sqrt{4} = 5 \times 2 = 10 \quad \sqrt{25} \times \sqrt{4} = \sqrt{25 \times 4} = \sqrt{100} = 10$$

- Errotzaile bereko bi erroketen zatidura = errokizunen zatiduraren erroa

$$\sqrt[m]{a} : \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a : b}$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2 \quad \sqrt{100} : \sqrt{25} = \sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

- Erroketa berreketaen aurkako eragiketa dela jakitea oso erabilgarria izango zaigu. Horri esker, eta aurreko propietateak erabiliz, errokizunaren adierazpen errazagoak lortuko ditugu:

$$\sqrt{8} \text{ faktore lehenetan deskonposatu ondoren } \rightarrow$$

$$\sqrt{2^3} = \sqrt{2^2} \bullet \sqrt{2} = 2 \bullet \sqrt{2}$$

$$\sqrt{200} \text{ faktore lehenetan deskonposatu ondoren } \rightarrow$$

$$\sqrt{2^3 5^2} = \sqrt{2^2} \bullet \sqrt{2} \bullet \sqrt{5^2} = 2 \bullet 5 \bullet \sqrt{2} = 10 \bullet \sqrt{2}$$

 37. Sinplifikatu erroketa hauen errokizuna, faktore lehenetan deskonposatuz. Ondoren, egiaztatu, adibidean bezala. Saia zaitez kalkulagailua erabili gabe egiten.

$$\sqrt{24} = \sqrt{2^3 \bullet 3} = \sqrt{2^2 \bullet 2 \bullet 3} = 2 \bullet \sqrt{6} \rightarrow$$

$$\text{Egiaztapena: } (2 \bullet \sqrt{6})^2 = 2^2 \bullet (\sqrt{6})^2 = 4 \bullet 6 = 24 = (\sqrt{24})^2$$

$\sqrt{27} =$

$\sqrt{72} =$

$\sqrt[3]{27} =$

$\sqrt[3]{72} =$

$\sqrt{52} =$

$\sqrt{98} =$

$\sqrt[3]{1.000} =$

$\sqrt[3]{64} =$

$\sqrt{40} =$

$\sqrt{125} =$

$\sqrt[3]{40} =$

$\sqrt[3]{125} =$

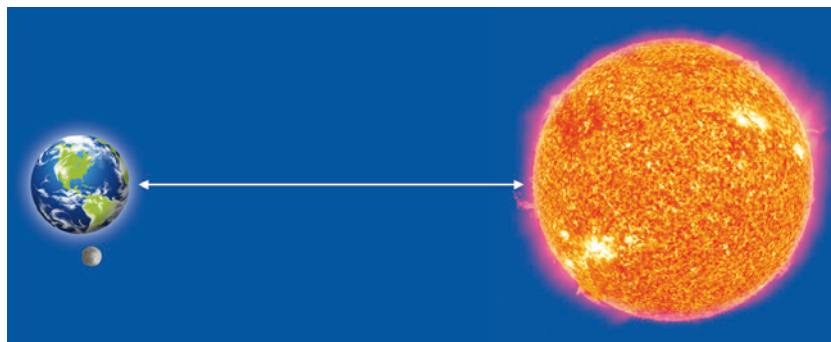
Zenbakiaren idazkera zientifikoa

Zenbaki oso handiak edo txikiak erabiltzea oso deserosoa izan daiteke, zifraz adierazi behar baldin baditugu.

Lurraren eta Eguzkiaren arteko batez besteko distantziari Unitate Astronomiko (ua) esaten zaio, eta eguzki-sistema barruan distantziak neurtzeko erabiltzen da.

Lurretik Eguzkirainoko distantzia: 149.597.870.700 m

Gripearen birus baten diametroa: 0,0000001 m



Batzuetan, unitate egokiagoak erabiliz konpondu daiteke arazo hori. Birus baten diametroa metrotan adierazi beharrean unitate txikiagoan adieraz dezakegu.

$$1 \text{ m} = 1.000.000.000 \text{ nm}$$

Birusaren diametroa 0,0000001 m bada $\rightarrow$

$$0,0000001 \times 1.000.000.000 = 100 \text{ nm}$$

Beste batzuetan, berriz, nahiz eta ohikoak diren beste unitate batzuk erabili, ez dugu arazoa konpontzen:

Lurretik Eguzkirainoko distantzia:

$$149.597.870.700 \text{ m} = 149.597.870 \text{ km}$$

Kasu horietan, *idazkera zientifikoa* erabiliko dugu, zenbakiaren **magnitude-ordena** azpimarratzeko:

$$149.597.870 \text{ km} \approx 1,5 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Oinarria 10 duten berreketen laguntzaz egiten dugu, eta magnitude-ordena adierazten duen zifra esanguratsuenaren ondoren dezimal bat, bi edo hiru erabiltzen dira.

Adierazi nahi dugun zenbakia ez bada erabilitako unitatearen neurri-
ra heltzen, berreketaren esponentea negatiboa izango da. Adibidez:

1 m-ko luzera kilometrotan adierazi beharko bagenu:

Metroa kilometroa baino mila aldiz txikiagoa da (mila metro behar ditugu kilometro bat osatzeko), beraz:

$$1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km} = \frac{10^0}{10^3} = 10^{0-3} = 10^{-3} \text{ km}$$

$130.000 = 13 \cdot 10^4$ idatzi daiteke baino ez da idazkera zientifikoa; idazkera zientifikoa zifra esanguratsu bakarra agertzen da: $1,3 \cdot 10^5$.
"Hori, bai, idazkera zientifikoa da".

Berrikusi berreketen propietateak.

38. Idatzi zenbaki eta neurri hauek, idazkera zientifikoa erabiliz:

$$10.000 = 1 \cdot 10^4$$

$$230.000 = 2,3 \cdot 10^5$$

$$0,001 = 1 \cdot 10^{-3}$$

$$0,00001 = 1 \cdot 10^{-5}$$

$$2.000.000 \text{ metro kilometrotan} = 2 \cdot 10^3 \text{ km}$$

$$1.500.000 \text{ mg metro gramotan} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ g}$$

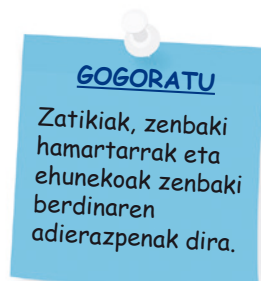
$$5 \text{ g kilogramotan} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$0,000006 \text{ mm metrotan} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

6. Zatikiak, zenbaki hamartarrak eta ehunekoak

Kopurua eta neurriak adierazteko ez dugu nahikoa zenbaki osoekin. Unitate osoak ez diren kantitateak erabili ahal izateko, zatikiak, zenbaki hamartarrak eta ehunekoak erabiltzen ditugu. Hori oso arrunta da neurriak erabiltzen ditugunean:

1,52 m 2,35 € $\frac{1}{3}$ %50



GOGORATZEKO:

Zatikiek bi termino dituzte:

$$\frac{1}{4}$$

Izendatzaila: "4", unitatea zenbat zati berdinetan banatu den adierazten du.

Zenbakitzaila: "1", zati horietako zenbat hartu diren adierazten du.

Ohiko izendatzaila batzuk dituzten zatikiak eta erlazioatutako zenbaki hamartarrak eta ehunekoak.

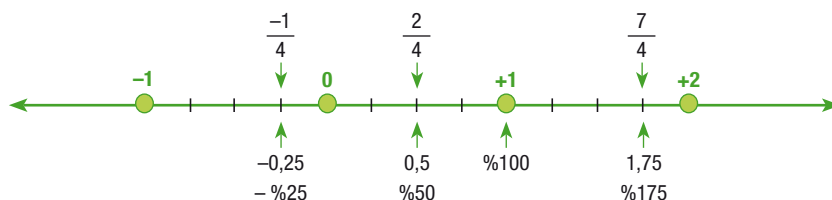
Zatikaren izendatzaila	Baliokidetzak	Nola esaten dugun	
2	$\frac{1}{2} = 0,5$; % 50	"erdia"	"ehuneko berrogeita hamar"
3	$\frac{1}{3} = 0,3$; $\frac{2}{3} = 0,6$	"heren bat", "bi heren"	
4	$\frac{1}{4} = 0,25$; % 25 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{3}{4} = 0,75$; %75	"laurden bat", "bi laurden", "hiru laurden"	"ehuneko hogeita bost", "ehuneko berrogeita hamar", "ehuneko hirurogeita hamabost"
5	$\frac{1}{5} = 0,2$; $\frac{2}{5} = 0,4$; $\frac{3}{5} = 0,6$; $\frac{4}{5} = 0,8$	"bosten bat", "bi bosten", ...	"ehuneko hoge", "ehuneko berrogei", ...
10	$\frac{1}{10} = 0,1$; $\frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0,2$; ...	"hamarren bat" edo "dezima bat", "bi hamarren", ...	"ehuneko hamar"
100	$\frac{1}{100} = 0,01$; ...	"ehunen bat" edo "zentesima bat", "bi ehunen", ...	"ehuneko bat"



Zenbakitzalea izendatzailea baino handiagoa denean, zatikiak 1 baino zenbaki handiagoak dira (sasi-zatiki esaten zaie), eta dagokion ehunekoa % 100 baino handiagoa da.

Zatikiak, zenbaki hamartarrak eta ehunekoak konparatzea eta ordenatzea

Zatiki, zenbaki hamartar eta ehuneko bat zenbakizko zuzeneko puntu bati dagokio.



- Zenbat eta eskuinerago kokatu, orduan eta handiagoa izango da zenbakia.
- Zenbakiaren **balio absolutua** lortzeko, zeinua kentzen diogu, eta zerora dagoen distantzia ematen digu. Balio absolutu bereko baina zeinu ezberdineko zenbakiak **aurkakoa** (edo **simetrikoak**) dira.

$$-\frac{1}{2} \text{ ren aurkakoa } +\frac{1}{2} \text{ da} \quad -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$-0,75 \text{ en aurkakoa } 0,75 \text{ da } -0,75 + 0,75 = 0$$

- Zenbaki osoekin ez bezala, ezin daiteke esan zein den zenbaki hamartar baten hurrengo zenbakia:

4,03ren hurrengoa: 4,04? Tartean ordea
4,035 dago; baita 4,03001 ere! Ezin da esan!!

Zenbaki hamartarrak irakurri, idatzi eta deskonposatzeko zenbakizko koadroa da erreferentzia:

Milakoak	Ehunekoak	Hamarrekoak	Banakoak	Dezimak	Zentesimak	Milesimak
2	4	2	3	7	2	6

“Bi mila laurehun eta hogeita hiru koma zazpiehun eta hogeita sei”

$$2.423,726 = 2000 + 400 + 20 + 3 + 0,7 + 0,02 + 0,006$$

$$= 1 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 4 + 7 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{100} + 6 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 1 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 4 + 7 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3}$$

0,8 = “zero koma zortzi” edo “zortzi dezima”

0,56 = “zero koma berrogeita hamasei” edo “berrogeita hamasei zentesima”

0,007 = “zero koma zero zero 7” edo “zazpi milesima”

Eragiketak zatiki eta hamartarrekin**g) Batuketa eta kenketa**

Zenbaki hamartarrak zenbaki osoak bezala batu eta kentzen dira, zifren balioa kontuan hartuz:

Batuketa: $15,44 + 205,2 + 3,52$

...	E	H	B	d	z	m	...
		1	5,	4	4		
		2	0	5,	2		
+				3,	5	2	
	2	2	4,	1	6		

Kenketa: $45,87 - 12,03$

...	E	H	B	d	z	m	...
		4	5,	1	7		
-			1	2,	0	3	
		3	3,	1	4		

$11,04 + 105,4 + 7,12 \approx 11 + 105 + 7 = 123$;
emaitza zehatzarekin konparatzen dugu:
 $123,56 \rightarrow$ Antzeko zenbakiak lortu ditugu,
ziur egon gaitezke ez dugula akats larriarik egin
(ez buruz, ez kalkulagailuarekin).

Zatikiak batu eta kentzerakoan, izendatzaile berdina badute, zenbakitzaileen batuketa edo kenketa eginez lortuko dugu emaitza:

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$$

Batu edo kendu beharreko zatikiek ez badute izendatzaile bera, aukera bat izendatzaile bereko zatiki baliokideak aurkitzea izango da; izendatzaileen multiplo komunetan txikiena bilatu, eta, ondoren, zatiki baliokideekin egingo dugu lan:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{12}{20} - \frac{5}{20} = \frac{7}{20}$$

Beste aukera bat zatikiak zenbaki hamartar moduan adieraztea izango da, eta goian ikusi dugun bezala jokatu, baina kontuz!: aukeratu-tako kopuru hamartarraren arabera, emaitza aldatu egingo da.

$$\frac{5}{7} + \frac{3}{89} \rightarrow \frac{5}{7} = 0,7142857143; \frac{3}{89} = 0,0337078652 \rightarrow$$

$$\frac{5}{7} + \frac{3}{89} = 0,747993579$$

$$\frac{5}{7} + \frac{3}{89} \approx 0,71 + 0,03 \approx 0,74$$

$$0,747993579 \neq 0,74$$

Ia beti, kalkulagailua erabiliko da zenbaki hamartarrak batu eta kentzeko. Edonola ere, kalkulagailuarekin egin aurretik, buruz hurbildu behar da emaitzara.

Eragiketak buruz egiteko, biribildu egingo dira zenbakiak; kontuan izan hurbilketa bat baino ez dugula nahi, eta kalkulagailuaren bitartez lortuko dugula erantzun zehatza.

h) Biderketa eta zatiketa

Bi zenbaki hamartar zenbaki osoak balira bezala biderkatzen dira. Ondoren, emaitza zenbaki hamartar bihurtzen da, emaitzaren hamartarren kopurua bi biderkagaietako hamartarren baturaren besterkoa izango da. Hau da, koma ezkererantz mugituko dugu, bi biderkagaietako hamartarren kopuruen batura beste.

$$3,\underline{27} \times 4,\underline{1} \rightarrow 327 \times 41 = 13.407 \rightarrow 13,\underline{407}$$

↑ ↑
↑
 Bi hamartar + hamartar bat → hiru hamartar

Zergatia:

$$3,27 \times 4,1 = \frac{327}{100} \times \frac{41}{10} = \frac{327 \times 41}{100 \times 10} = \frac{13.047}{1000} = 13,407$$

Ia beti kalkulagailuarekin egingo dituzu zenbaki hamartarren arteko biderketak, baina ohitura hartu beharko zenuke:

- 1) emaitzara buruz hurbiltzen, zenbakiak biribilduz;
- 2) emaitzak izan behar dituen hamartar kopurua egiaztatzen

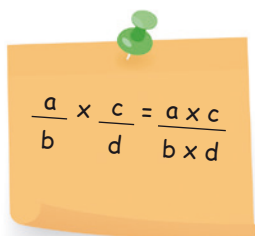
Bat baino txikiagoa den zenbaki hamartar batekin biderkatzen duzunean, emaitza beste biderkagaia baino txikiagoa izango da:

$$2,24 \times 0,5 = 1,12$$

Zergatia:

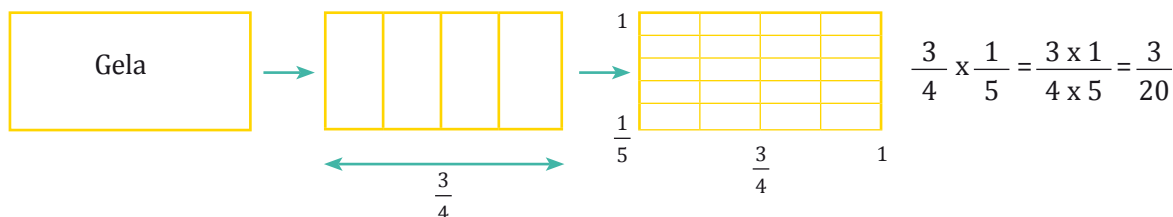
$$2,24 \times 0,5 = \frac{224}{100} \times \frac{5}{10} = \frac{224 \times 5}{100 \times 10} = \frac{1.120}{1.000} = 1,12$$

$$0,5 = \frac{1}{2} \times \rightarrow 2,24 \times 0,5 = 2,24 \times \frac{1}{2} = \frac{224}{2} = 1,12$$



Zatikiak biderkatzean emaitzak zatiki bat izan behar duenean, zatiki horren zenbakitzailea bi zatiki horien zenbakitzaileen biderkadura da, eta izendatzailea, berriz, izendatzaileen biderkadura.

“Gela bateko ikasleen $\frac{3}{4}$ bost taldetan banatzen badira, ikasle taldearen zer zati da talde bakoitza?”



39. Pizza baten erdiaren herena jan dut. Pizza osoaren zer zati jan dut?

Beste aukera bat zatikiak zenbaki hamartar moduan adieraztea izango da, batuketan eta kenketan egin daitekeen bezala, baina hemen ere kontuz!: aukeratutako hamartar kopuruaren arabera, emaitza aldatu egingo da.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{7}$$

$$\frac{2}{7} = 0,285714$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{7} \approx 0,75 \times 0,3 = 0,225 \quad \frac{3}{4} \times \frac{2}{7} \approx 0,75 \times 0,28 = 0,21$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{7} \approx 0,75 \times 0,286 = 0,2145$$

Bi zenbaki hamartar zatitzera, gogoratu zatitzailea zenbaki osoa duen zatiketa baliokide bihurtuko dugula zatiketa hori; hona hemen ohiko prozedura erabiliz egiteko zatiketa:

$$23,14 : 8,2 = 231,4 : 82$$

$\times 10$ $\times 10$

$$23,84 : 8,2 \approx 24 : 8$$

$$391,36 : 18,2 \approx 400 : 20$$

Zatikiak zatitzera eta emaitza zatiki moduan lortu behar baduzu, **alderantzizko zenbakiarekin** egiten dugu lan. Alderantzizko zenbakiak erabiliz, zatiketa biderketa gisa adieraz daiteke:

$$\frac{3}{5} : \frac{4}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{21}{20}$$

$$\text{Kontuan izan } \frac{3}{5} : \frac{4}{7} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{7}} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{4}$$

$$\frac{5}{7} : 3 = \frac{5}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{21}$$

$$6 : \frac{4}{5} = \frac{6}{1} : \frac{4}{5} = \frac{6}{1} \times \frac{5}{4} = \frac{30}{4}$$

Beste aukera bat zatiki horiei dagozkien adierazpen hamartarrekin lan egitea da, eskuz edo kalkulagailuarekin:

$$\frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{5}} = \frac{0,5}{0,8} = 0,5 : 0,8 = 0,625$$

Ia beti, kalkulagailua erabiliko dugu zenbaki hamartarrak zatitzeko, baina kalkulagailuarekin egin aurretik, buruz hurbildu behar da emaitzara.

$\frac{a}{b}$ zatikiaren alderantzizkoa $\frac{b}{a}$ izango da;
 $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

Adibidean ikusten duzun bezala, zatitzailea 1 baino txikiagoa denean, emaitza zatigaia baino handiagoa izango da

i) Berreketa eta erroketak

Zenbaki hamartar baten berreketa kalkulatzean, zenbaki hamartar-
rrak biderkatzean bezala jokatu dugu: zenbaki osoak biderkatzean
erabiltzen ditugun arauak erabiliko dira, zifra hamartarren kopurua
kontuan hartuz:

$$\begin{aligned}
 (0,5)^2 &= (0,5) \cdot (0,5) \rightarrow 0,5 \cdot 0,5 \rightarrow 5 \cdot 5 = 25 \rightarrow 0,25 \\
 &\quad \uparrow \quad \uparrow \quad \quad \quad \rightarrow \quad \quad \uparrow \\
 &\quad \text{hamartar bana} \quad \quad \quad \rightarrow \quad \text{bi hamartar} \\
 (0,25)^2 &= (0,25) \cdot (0,25) \rightarrow 0,25 \cdot 0,25 \rightarrow 25 \cdot 25 = 625 \rightarrow 0,0625 \\
 &\quad \uparrow \quad \uparrow \quad \quad \quad \rightarrow \quad \quad \uparrow \\
 &\quad \text{bina hamartar} \quad \quad \quad \rightarrow \quad \text{lau hamartar} \\
 (0,5)^3 &= (0,5) \cdot (0,5) \cdot (0,5) \rightarrow 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \rightarrow 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \rightarrow 0,125 \\
 &\quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \quad \quad \rightarrow \quad \quad \uparrow \\
 &\quad \text{hamartar bana} \quad \quad \quad \rightarrow \quad \text{hiru hamartar}
 \end{aligned}$$

Zatiki baten berreketa kalkulatzeko, eta emaitza zatiki moduan emateko, zenbakitzailearen eta izendatzailearen berreketak kalkulatu ditugu; ondoren, posible bada, zatikia sinplifikatu dugu.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1^2}{2^2} = \frac{1}{4} \qquad \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

Gogoratu zenbaki hamartarrak eta zatikiak zenbaki bera adierazteko bi modu direla; egoera batzuetan adierazpen bat edo bestea erabiltzeak kalkuluak erraztuko dizkizu.

$$(0,5)^2 = (0,5) \cdot (0,5) = 0,25 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

Erroketan, gogoratu, errokitzuna lortzeko, bere buruarekin biderkatu behar den zenbaki baten bila gabiltzala; errotzaileak zehazten du zenbat aldiz biderkatu behar den zenbaki hori.

Zenbaki osoekin bezala, zenbaki hamartarren erroak kalkulagailuarekin lortuko ditugu, baina **beti, aurretik** emaitzara **buruz** hurbiltzen saiatuko gara, kalkulagailuarekin akatsik egin ez dugula ziurtatzeko.

Ikusten duzun bezala, zenbaki batzuen karratuak eta kuboak ezagutuz gero errazago egingo duzu lan hori.

$\sqrt{4,3}$ kalkulatu behar dut; erro karratua denez, bere buruaz biderkatuz 4,3 emaitza duen zenbakia aurkitu behar dut.

$$2 \cdot 2 = 4 < 4,3 < 9 = 3 \cdot 3$$

beraz, bilatzen ari naizen zenbakia 2 eta 4ren artean dago (eta 2tik hurbilago 4tik baino).

$$\text{Kalkulagailuarekin } \sqrt{4,3} \approx 2,07$$

$\sqrt[3]{74}$ kalkulatu behar dut; erro kubikoa denez, bere buruaz hiru aldiz biderkatuz 74 emaitza duen zenbakia aurkitu behar dut.

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 < 74 < 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

beraz, bilatzen ari naizen zenbakia 4 eta 5 artean dago (eta 4tik hurbilago 5etik baino).

Kalkulagailuarekin $\sqrt[3]{74} \approx 4,2$

Zatiki baten erroketak kalkulatzeko, zenbaki hamartar bihurtuko dugu askotan, eta ondoren, bere erroa kalkulatu. Emaita zatiki eran nahiko bagenu, zenbakitzailearen eta izendatzailearen erroketak egin beharko genuke.

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{4}{7}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{7}}$$

Berreketaren eta erroketaren propietateak zenbaki osoekin direnen berdinak dira zenbaki hamartarrekin eta zatikiekin. Zenbaki hamartar eta zatiki negatiboen berreketekin eta erroketekin ere, zenbaki osoekin aplikatzen diren arau berak aplikatzen dira.



40. Esan zenbat zifra hamartar izango dituzten berreketa hauen emaitzek.

a) $(1,2)^2$

e) $(7,1)^3$

b) $(10,7)^2$

f) $(32,2)^3$

c) $(1,25)^2$

g) $(8,705)^3$

d) $(101,05)^2$

h) $(281,70)^3$

41. Adibideari jarraituz, esan zer zenbakiren artean egongo diren erroak.

a) $\sqrt[2]{11}$

e) $\sqrt[3]{11}$

b) $\sqrt[2]{57}$

f) $\sqrt[3]{99}$

c) $\sqrt[2]{150}$

g) $\sqrt[3]{1.263}$

d) $\sqrt[2]{423}$

h) $\sqrt[4]{55}$

Eragiketak ehunekoekin

Ehunekoak (edo portzentajeak, %) izendatzailea 100 duten zatikien adierazpenak dira.

Ehuneko hogeita hamabi = % 32 = $\frac{32}{100}$ = ehun zatitan banatu eta hogeita hamabi hartu ditugu.

Ehunekoen erabilerak konparaketak egitea errazten digu, zatiki guztiek izendatzaile bera baitute. Izendatzaile hori lortzeko, **proporzioaren** ideia matematikoa erabiltzen dugu. **Proporzio bat bi arrazoren berdintasuna da.**

Ehunekoak arrazoiaren eta proporzioen aplikazio bat dira. Horien erabilgarritasunari buruz gehiago sakonduko duzu 4. unitatean

Lizardi zentroan 356 ikasle daude, eta horietatik 89 ikaslek kirol federatua egiten dute. Zer ehunekok egiten du kirol federatua?

Ehunekoetan adierazi ahal izateko, ikasle kopuru totala 100 balitz kirol federatua zenbat ikaslek egiten duten kalkulatu behar dugu.

Bete beharko da $\frac{89}{356} = \frac{x}{100}$ proportzioa, hau da,

$\frac{89}{356}$ zatikiaren arrazoia eta $\frac{x}{100}$ zatikiaren arrazoia berdinak izatea.

$\frac{89}{356} = 0,25$ da arrazoia. $\frac{x}{100}$ ren arrazoiak berdina izan behar du.

$\frac{89}{356} = \frac{x}{100} \rightarrow \frac{89 \cdot 100}{356} \approx 25 \rightarrow \% 25$; Lizardi zentroan, 100 ikasle baleude, 25ek egingo lukete kirol federatua.

Kantitate totaletik zati bat zer ehuneko den jakiteko, bi kopuruen arteko arrazoia kalkulatu, eta, ondoren, bider 100 egingo dugu.

42. Kalkulatu Harizti eta Pagadi zentroetan ikasleen zer ehunekok egiten duen kirol federatua.

Zentroaren izena	Ikasle kopurua, guztira	Kirol federatua egiten duten ikasleak	Arrazoia	Ehunkoa (%)
Lizardi	356	89	0,25	25
Harizti	256	192		
Pagadi	225	135		

Egoera horretan eta antzekoetan kalkulatuak arrazoiei Maiztasun Erlatibo esaten zaie Estatistikan, eta dagoeneko ezagutzen duzu horien erabilera.

Konparaketak egin ahal izateko, ehunekoak erabil ditzakegu, edo kalkulatuak arrazoiak, zuzenean.

43. Adibideari jarraituz, adierazi ehuneko hauek batekoetan (arrazoia), eta batekoak ehunekoetan.

- | | |
|---------------|-----------|
| a) %34 [0,34] | f) 0,03 |
| b) %11 [0,11] | g) 0,45 |
| c) %166 | h) 0,02] |
| d) %5 | i) 1,5 |
| e) %0,5 | j) 0,0001 |

Ehunekoak zenbaki-eragile

Era askotako egoeratan erabili beharko dituzu ehunekoak; beraz, garrantzitsua da horien erabilera errazten dituzten estrategiak erabiltzea.

Ehuneko bat kalkulatzeari

Eskolako 750 ikasletik 36 ikaslek betaurrekoak erabiltzen dituzte. Zer ehunekok erabiltzen ditu betaurrekoak?

$$\frac{36}{750} \times 100 = 0,084 \rightarrow \% 8,4 \text{ da betaurrekoak erabiltzen duten ikasleen ehunekoa}$$

Ehuneko bat aplikatzea

- a) Eraikin batean 23 etxebizitza daude. Etxebizitzaren %74k telebista bat baino gehiago omen dute. Zenbat etxe dira telebista bat baino gehiago dutenak?

ehunekoa batekotan jarriko dugu

$$\%74 \rightarrow 0,74$$

$$23 \times 0,74 = 17,02 \rightarrow 17 \text{ etxebizitzetan telebista bat baino gehiago daude.}$$

- b) Saski Baskoniako 6 jokalaririk lesionatuta daude, hau da, taldearen % 37,5. Zenbat jokalaririk guztira taldean?

ehunekoa batekotan jarriko dugu

$$\% 37,5 \rightarrow 0,375$$

$$6 : 0,375 = 16 \rightarrow 16 \text{ jokalaririk dira taldean.}$$

Ehuneko baten handitzea

- a) Azken egunotan, % 2 igo da gasolinaren prezioa. Gasolina litro baten prezioa 1,25 € bazen, zenbat da orain?

Hasierako prezioa % 100 da; % 2 handitzen bada, amaierako prezioa % 102 izango da

ehunekoa batekotan jarriko dugu

$$\% 102 \rightarrow 1,02$$

$$1,25 \times 1,02 = 1,275 \rightarrow \text{Gasolinaren prezioa litroko 1,275 €-koa da orain.}$$

- b) Urte amaieran, ogiak 1,30 € balio du, urte hasieran baino % 4 gehiago. Zer prezio zuen urtearen hasieran?

Urte hasierako prezioa % 100 da; % 4 handitzen bada, urte amaierako prezioa % 104 izango da

ehunekoa batekotan jarriko dugu

$$\% 104 \rightarrow 1,04$$

$$\text{urte hasierako prezioa} \times 1,04 = 1,3$$

$$1,3 : 1,04 = 1,25 \rightarrow \text{Urte hasierako prezioa 1,25 € zen.}$$

Ehuneko bat murriztea

- a) Igerilekuko erabiltzaileen kopurua % 10 jaitsi da azken hilabetean. 230 erabiltzaile baziren, zenbat dira orain?
Hasierako erabiltzaileak % 100 ziren; orain % 10 gutxiago, beraz, % 90

ehunekoa batekotan jarriko dugu

$$\%90 \rightarrow 0,9$$

$$230 \times 0,9 = 207 \rightarrow 207 \text{ erabiltzaile dira orain}$$

- b) Eguraldi txarra dela-eta, eskolara oinez datorren ikasle kopurua % 15 jaitsi da. Orain 204 ikasle datoz oinez. Zenbat ziren lehen?

Eguraldi txarra hasi aurretik oinez etortzen ziren ikasleak % 100 ziren; % 15 jaitsi bada, orain hasierakoen % 85 etortzen dira oinez.

$$\text{oinetz lehen} \times 0,85 = 204$$

$$204 : 0,85 = 240 \rightarrow \text{Lehen 240 ikasle ziren oinez etortzen zirenak.}$$

Gasteizen 241.451 pertsona bizi dira, eta Bilbon 342.481.

$$\frac{241.451}{342.481} \approx 0,71 \rightarrow \text{Gasteizko biztanleria Bilbokoa baino \% 29 txikiagoa da.}$$

$$\frac{342.481}{241.451} \approx 1,42 \rightarrow \text{Bilboko biztanleria Gasteizkoa baino \% 42 handiagoa da.}$$

→ konparaketa egiten den moduaren arabera aldatu egiten da emaitza.

ADI!

Ehunekoak erabiltzean, oso garrantzitsua da erreferentziazat erabiltzen duzun balioa (% 100) aukeratzea.

44. Kalkulatu buruz ehuneko hauek.

	% 50	% 25	% 200
60			
156			
1.012			
1380			
10.420			

Zenbaki arrazionalak eta irrazionalak. Zenbaki errealak

Zenbaki osoak, zenbaki hamartarrak eta zatikiak

Orain arte ikasi dituzun zenbaki osoak, zenbaki hamartarrak zatiki moduan adieraz daitezke (EZ DA ULERTZEN); zenbaki arrazional esaten zaie horiei.

Zatikiek adierazten dituzten zenbaki arrazionalak era honetakoak izan daitezke:

GOGORATU

Zatikien esanahietako bat: bi zenbakiren arteko arrazoia dira.

• **Zenbaki osoak:**

$$\frac{8}{2} = 8 : 2 = 4$$

$$\frac{-9}{3} = (-9) : 3 = -3$$

• **Zenbaki hamartar zehatzak:**

$$\frac{5}{2} = 5 : 2 = 2,5$$

$$\frac{3}{100} = 3 : 100 = 0,03$$

• **Zenbaki hamartar periodikoak**

Zenbaki hamartar periodikoetan, infinitua arte errepikatzen den zati hamartarra dago, **periodoa** izenekoa. Zenbaki hamartar bat periodikoa dela adierazteko, errepikatzen den zifra (edo zifrak) behin idazten da, eta gainean marratxo bat jartzen da.

$$\frac{1}{9} = 0,111111... = 0,1 \text{ "zero koma bat periodo" irakurtzen da.}$$

Zenbaki hamartar periodikoak bi eratakoak izan daitezke: puruak edo mistoak.

Puruak: periodoak osatzen du zati hamartar guztia:

$$\frac{7}{9} = 0,77777... = 0,7$$

$$\frac{27}{2} = 0,074074074074... = 0,074$$

Mistoak: zati hamartarrean errepikatzen ez den zati bat dago, eta, gero, periodoa dator:

$$\frac{5}{6} = 0,8333333... = 0,83$$

$$\frac{4}{15} = 0,466666... = 0,46$$

$$\frac{4}{2} = 2,0$$

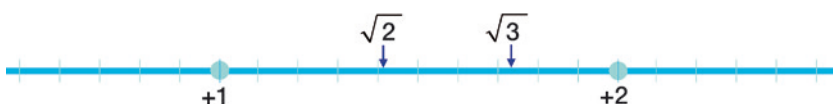
$$\frac{5}{2} = 2,50$$

Beste zenbaki batzuk, ordea, ezin dira zatiki moduan adierazi: **zenbaki irrazionalak** dira. Horietako gutxi batzuk ezagutzen dituzu da-goeneko:

π irrazionala da: 3,141592... balioa ezin da zatiki moduan adierazi

$\sqrt{2}$ irrazionala da: 1,414213... balioa ezin da zatiki batekin lortu

$\sqrt{3}$ irrazionala da: 1,73205... balioa ezin da zatiki batekin lortu



Zenbaki irrazionalak periodorik ez duten eta zifra infinitu dituzten zenbakiak dira. Baliteke adibide gutxi bakar batzuk ezagutzea oraindik, baina zenbaki irrazionalak arrazionalak baino ugariagoak dira!!! Aurrerago ikasiko duzu gehiago zenbaki irrazionalei buruz.

Osoko zenbakiak eta zenbaki hamartar zehatzak, 0 periodoa duten zenbaki hamartar periodikotzat har daitezke.

Zenbaki arrazional guztiak zenbaki hamartar periodikoak dira; zenbaki hamartar periodiko guztiak adieraz daitezke zatiki baten bitartez, eta zatiki horri zatiki sortzaile esaten zaio.

45. Sailkatu zenbaki hauek, ahalik eta zehatzenen:

a) 2

c) $\sqrt{7}$

e) $\frac{1}{3}$

g) 0,101001000100001...

b) -1.305

d) $\frac{3}{5}$

f) $\frac{7}{8}$

h) $\frac{18}{-3}$

Zenbaki arrazional eta irrazionalak **Zenbaki Errealen multzoa** osatzen dute. Badira beste zenbaki mota gehiago, baina horiek aurrerago ikasiko dituzu.

Ilustratzailearen irudiren bat ideia honekin?

8. Lantzeko jarduerak

46. Osatu taula.

	Hamarreko kopurua	Ehuneko kopurua	Milako kopurua
315			
2.043			
10.992			
1.002.001			

47. Osatu taula.

	Unitate kopurua	Hamarren kopurua	Ehuneko kopurua	Milaren kopurua
0,2				
0,105				
1,04				
27,10				

48. Zein da 2, 0, 7, 9 zifrekin osatu daitekeen hiru zifrako zenbakirik handiena? Eta txikiena? Eta lau zifra horiek erabiliz?

49. Hiru zifrako zenbat zenbaki palindromo daude? Eta lau zifrakoak? Eta bostekoak?

50. Deskonposatu zenbaki hauek adibideei jarraituz.

$$3.419 = 3 \times 1.000 + 4 \times 100 + 1 \times 10 + 9 \times 1 = 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0$$

$$1,765 = 1 \times 1 + 7 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100} + 5 \times \frac{1}{1000} = 1 \times 10^0 + 7 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}$$

- a) 276 = e) 1.000.010 = i) 0,000005 =
 b) 7.009 = f) 1,203 =
 c) 153.298 = g) 2,005 =
 d) 18.002 = h) 0,00309 =

51. Osatu taula.

Sistema hamartarrean	Sistema bitarrean
3	
15	
33	
45	
67	
90	
133	

Sistema hamartarrean	Sistema bitarrean
	11
	111
	1000001
	11110
	10101010
	100100
	11001100

52. Adierazi modu konplexuan denbora tarte hauek, unitate egokiak aukeratuz. Jarraitu adibideei, eta saiatu kalkulagailurik ez erabiltzen.

70 minutu = ordu bat eta 10 min (1h 10 min)
 2000 s = 33 min eta 20 s (33 min 20 s)

- a) 120 min = g) 24 h = egun bat
 b) 240 min = h) 72 h =
 c) 600 min = i) 90 egun =
 d) 150 min = j) 1100 egun ≈
 e) 300 s = k) 36 aste =
 f) 75 s = l) s 24 hilabete =

Zer zenbakikuntza-sistematik oinarritzen dira orduen, minutuen eta segundoen arteko unitate-aldaketak?

53. Adierazi, modu konplexuan, angelu neurri hauek, unitate egokiak aukeratuz. Jarraitu adibideari. Saiatu kalkulagailurik ez erabiltzen

90' = 1° 30' (gradu bat eta 30 minutu)
 90" = 1' 30" (minutu bat eta 30 segundo)

- a) 100' = e) 240" =
 b) 77' = f) 600" =
 c) 120' = g) 1200" =
 d) 180' = h) 3.600" =

54. Osatu taula.

Sistema erromatarrean	Sistema hamartarrean	Sistema erromatarrean	Sistema hamartarrean
XXI			6
MMXX			50
VIII			130
LXXX			1.975
CCM			2.025
MDCCIII			3.333
DV			1.000.000

55. Aurkitu zenbaki hauen zatitzaile guztiak. Erabili zatigarritasun-irizpideak.

12		45		100	
20		44		110	
25		47		111	
35		60		115	
39		90		123	

56. Aurkitu.

- Hiru zifrako zenbaki bat, 3 eta 4z zatigarria dena:
- Hiru zifrako zenbaki bat, 3 eta 5ez zatigarria eta bere zifren batura 6 dena:
- Hiru zifrako zenbaki bikoiti bat, 11z zatigarria eta bere zifren batura 11 dena:
- Hiru zifrako zenbaki bat, 2, 3, 4 eta 9z zatigarria eta bere zifren batura 9 dena:
- Lau zifrako zenbaki bat, 11z zatigarria:

57. Deskonposatu zenbaki hauek faktore lehenetan

- | | | |
|----------|----------|--------------|
| a) 24 = | f) 114 = | k) 240 = |
| b) 36 = | g) 154 = | l) 360 = |
| c) 72 = | h) 160 = | m) 5.000 = |
| d) 252 = | i) 480 = | n) 50.000 = |
| e) 264 = | j) 500 = | ñ) 500.000 = |

58. Kalkulatu:

- | | |
|----------------------|---------------------|
| mkt (4, 48) = | zkh (5, 20) = |
| mkt (5, 12) = | zkh (15, 44) = |
| mkt (6, 12, 15) = | zkh (20, 36) = |
| mkt (8, 12, 20) = | zkh (12, 24, 48) = |
| mkt (2, 3, 10, 11) = | zkh (40, 60, 240) = |

59. Autobus geltoki batean, 1036 lineako autobusa 12 minututik behin igarotzen da eta 402 lineakoa, berriz, 15 minututik behin. 19:30ean batera egokitu badira, zer ordutan egokituko dira berriro batera?

60. Gozotegi batek txokolatezko palmera oso famatuak egiten ditu. Gaur goizean egindako 72 palmera gelditu dira saldu gabe, eta gorde egingo dituzte, kopuru bereko paketeak eginez. Zenbat eratara bildu daiteke, gutxienez bi pakete osatu eta gutxienez 3 palmera izateko pakete guztiak?

61. Maitek eta Endiak zalditegi bat dute. Egunaren arabera, zaldiak binaka, hiruak edo bosnaka antolatzen dituzte, eta ez da zaldirik gelditzen sobran. Zenbat zaldi daude zalditegian? (posible diren balioetatik, esan txikiena)

62. Eskolako gimnasioak 120 soka ditu hainbat erataka ariketak egiteko. Zenbat sokako sortak egin daitezke soka guztiak gordetzeko eta gutxienez bi sorta eta sorta bakoitzean 10 soka biltzeko?

63. Maitane gorputz hezkuntzako irakaslea da, eta 25 neska eta 35 mutil antolatu behar ditu ahalik eta talde kopuru handienera; taldeek neska eta mutil kopuru bera eduki behar dute. Zenbat talde egin ahalko ditu eta zenbat mutil egongo dira talde bakoitzean?

64. Amaiak 63 tomate eta 81 piper landare landatu behar ditu baratzean, lerroak osatuz. Lerro guztietan tomate edo piper landare kopuru bera egon behar du. Zenbat lerro landatu ditzake Amaiak gehienez?

65. Saskibaloiko liga berri batean jolasteko, izena eman duten guztien artean, 32 pibot eta 80 eskolta daude. Talde guztiek pibot eta eskolta kopuru bera izateko, zenbat talde osatu daitezke gehienez? Zenbat pibot eta eskolta egongo dira talde bakoitzean?

66. Kalkulatu. Saiatu zaitez buruz egiten.

- | | |
|----------------------|----------------------------|
| a) $6 - 7 =$ | f) $241 - 39 =$ |
| b) $-6 + 13 =$ | g) $134 + 106 =$ |
| c) $-5 - 11 =$ | h) $2.100 + (-600) =$ |
| d) $(-12) - (-15) =$ | i) $375 - (-26) =$ |
| e) $23 - (-11) =$ | j) $2.545 + (-105) - 39 =$ |

67. Kalkulatu.

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| a) $6 \cdot (-7) =$ | f) $(-15) / (-3) =$ |
| b) $(-5) \cdot 6 =$ | g) $120 / (-60) =$ |
| c) $(-7) \cdot (-3) =$ | h) $130 \cdot (-4) =$ |
| d) $15 / (-3) =$ | i) $5.000 : (-100) =$ |
| e) $(-15) / 3 =$ | |

68. Kalkulatu.

- a) $(12 - 4) - (3 - 9) =$
 b) $4 - (9 - 5 + 12) =$
 c) $(3 - 6) - (10 - 7) + (5 - 8) - (6 - 8) =$
 d) $-2 - (3 - 7 + 1 - 8) + 1 + (9 - 7 - 3 + 1) - 4 =$
 e) $4 - (-4 + 2 - 8) - 9 + (1 - 8 + 3) - 9 =$
 f) $3 \cdot (-1 + 4 + 6 - 9) - 1 - 4 \cdot (2 - 5 - 6 + 1) - 10 =$
 g) $2 \cdot 3 - 30 : [4 - 3 \cdot (-5 + 6) + 8 + 6] =$
 h) $5 - [2 \cdot (10 - 12 - 2 \cdot (5 - 4))] =$
 i) $240 : (120 : (-2)) =$

69. Kalkulatu. Saiatu buruz egiten; erantzuna zatiki moduan eman daiteke.

- a) $(-3)^2 =$ f) $(-1)^4 =$ k) $(-5)^{-2} =$
 b) $(-3)^3 =$ g) $(-1)^{-4} =$ l) $10^4 =$
 c) $2^{-3} =$ h) $(-1)^5 =$ m) $10^{-4} =$
 d) $1^5 =$ i) $(-1)^{-5} =$ n) $(-10)^3 =$
 e) $1^{-5} =$ j) $(-5)^2 =$ o) $(-10)^{-3} =$

70. Adierazi emaitza berretzaile positibo bakar bat erabiliz.

- a) Adibidez: $(3^3)^{-2} = 3^{-6} = ()^6$
 b) $5^2 \cdot 5 =$
 c) $3^{-4} \cdot 3 \cdot 3^{-2} = 3^{-5} =$
 d) $2^{-3} \cdot 4^{-3} \cdot 5^{-3} =$
 e) $(-3)^3 : (-3)^6 =$
 f) $10^{-6} : 10^2 \cdot (10^2 : 10^{-6}) =$
 g) $[((-3)^2)^{-4}]^{-1} =$

71. Kalkulatu buruz erro hauek.

- a) $\sqrt{81} =$ d) $\sqrt[3]{125} =$ g) $\sqrt[3]{-8} =$
 b) $\sqrt[3]{-27} =$ e) $\sqrt[3]{-1.000} =$
 c) $\sqrt[4]{16} =$ f) $\sqrt[4]{10.000} =$

72. Zehaztu zer zenbaki osoren artean dagoen erroketa hauen balioa. Adierazi bietatik hurbilen egongo dena.

a) $\sqrt{34}$: emaitza 5 eta 6 artean

- b) $\sqrt{26} :$ e) $\sqrt[3]{9} :$
 c) $\sqrt{50} :$ f) $\sqrt[3]{1.019} :$
 d) $\sqrt{140} :$ g) $\sqrt[4]{12.000} :$

73. Kalkulatu. Emaitzan erroketa bat ager daiteke, baina ahalik eta gehien sinplifikatuta.

- a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = (\sqrt{3})^2 = 3$ c) $= \frac{\sqrt{400}}{\sqrt{900}} =$
 b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} =$ d) $\sqrt{200} =$ e) $\sqrt{500} =$

74. Aurkitu a -ren balioa berdintza egia izateko.

$$\sqrt{a} = 4 \quad a = 16$$

- a) $\sqrt[3]{a} = -2$ a = e) $\sqrt[4]{a} = 81$ a =
 b) $\sqrt[4]{a} = 2$ a = f) $\sqrt[4]{a} = 1$ a =
 c) $\sqrt[5]{a} = -2$ a = g) $\sqrt[7]{a} = -1$ a =
 d) $\sqrt[3]{a} = -3$ a =

75. Jarraitu adibideari.

 $\times 10^{-1}$ edo $\times 0,1$ egitea gauza bera da

- a) $\times 10^2$ edo
 b) $\times 10^{-2}$ edo
 c) $\times 10^5$ edo
 d) $\times 10^{-3}$ edo

76. Adierazi neurri bakoitza eskatzen den unitatean.

Kontuan izan magnitude bakoitzarentzat erabiltzen den zenbakikuntza-sistema (hamartarra edo hirurogeitarra). Kasu batzuetan, egokiena idazkera zientifikoa erabiltzea izango da (ikusi adibideak).

287 mg = [2,87 $\times 10^{-4}$] kg 100 kg = [10⁴] dg

- a) 3.015 mg = [...] g h) 20 mg = [...] kg
 b) 37 cm = [...] m i) 104 hm = [...] m
 c) 3 nm = [...] mm j) 5 mm = [...] km
 d) 33 cl = [...] l k) 5 l = [...] dl
 e) 500 l = [...] hl l) 31 dal = [...] kl
 f) 3 h = [...] min m) 7 min = [...] s
 g) 90 min = [...] h n) 80 min = [...] h

77. Osatu taula.

Zatikia	Zenbaki hamartarra	Ehuneko (%)
$\frac{1}{2}$	0,5	50
$\frac{1}{4}$		
$\frac{3}{4}$		
$\frac{1}{5}$		
$\frac{3}{5}$		
$\frac{1}{8}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{1}{3}$		

78. Esan baieztapen hauek okerrak ala zuzenak diren.

- Zenbaki hamartar guztiak arrazionalak dira.
- Infinitu zifra hamartar dituzten zenbakiak irrazionalak dira.
- Infinitu zifra hamartar eta periodorik ez duten zenbakiak irrazionalak dira.
- Zenbaki arrunt guztiak arrazionalak dira, salbuespenik gabe.

79. Aurkitu zatiki laburtezina.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{280}{400} = & \text{d)} \frac{-81}{300} = \\ \text{b)} \frac{-450}{600} = & \text{e)} \frac{231}{90} = \\ \text{c)} \frac{81}{300} = & \text{f)} \frac{231}{90} = \end{array}$$

80. Adierazi zatiki hauek izendatzaile berarekin.

$$\begin{array}{l} \text{a)} \frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{6}{10}; \\ \text{b)} \frac{3}{10}, \frac{2}{5}, \frac{4}{20}; \\ \text{c)} \frac{5}{16}, \frac{-3}{18}, \frac{5}{20}; \\ \text{d)} \frac{3}{7}, \frac{-1}{2}, \frac{7}{20}; \end{array}$$

81. Kalkulatu.

$$\begin{array}{l} \text{a)} 3 + \frac{1}{2} = \\ \text{b)} 5 - \frac{3}{2} = \\ \text{c)} 4 \cdot \frac{1}{7} = \\ \text{d)} \frac{2}{5} : 3 = \\ \text{e)} (1 - \frac{1}{3}) \cdot (2 + \frac{1}{2}) = \\ \text{f)} \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3} = \\ \text{g)} \frac{4}{5} : \frac{-3}{2} = \\ \text{h)} \frac{4}{3} : \frac{5}{3} - \frac{6}{8} + \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{8} - \frac{1}{2} + \frac{7}{2} : \frac{3}{7} - \frac{4}{5} = \\ \text{i)} \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{2} \cdot (\frac{-4}{7}) \cdot \frac{2}{8} \cdot (\frac{-1}{3}) = \\ \text{j)} \frac{4}{5} - \frac{3}{2} \cdot (\frac{2}{5} - \frac{8}{3} - \frac{7}{4}) + \frac{6}{8} = \end{array}$$

82. Mendi bat zeharkatzen duen tunel baten $\frac{3}{5}$ eginda dago, guztira 32 km. Tunelaren zer zati falta da bukatzeko? (Adierazi zatiki moduan eta km-tan)

83. Liburu batek 400 orrialde ditu, eta 120 irakurri ditut. Adierazi zatiki laburtezin moduan irakurtzeko falta zaizkidan orrialdeak.

84. Gelako 30 ikasleetatik bi herenek ez dute anai-arrebarik. Zenbat ikasle dira horiek?

85. Lasterketa baten ibilbidea 13 km-koa da. 7 km egin baditut, adierazi zatiki moduan egindako bidea eta falta zaidana.

86. 24 km-ko lasterketa baten $\frac{1}{6}$ falta zait bukatzeko. Zenbat kilometro egin ditut dagoeneko?

87. Aireportu bateko pista baten luzera 1 km 3 hm eta 6 dam dira. Luzera horretatik 6 hm konpondu behar dituzte. Pistaren zer zati da hori?

88. Egiten ari den errepide baten $\frac{3}{5}$ bukatuta dago. Oraindik 7 km falta badira, zenbat kilometro izango ditu errepideak guztira?

89. Film baten iraupena 2h 25 min-koa da. Filmaren $\frac{1}{5}$ ikusi badugu, zenbat denbora falta zaigu oraindik? (adierazi erantzuna ordutan eta minututan)

90. Oskar, Aitor eta Josebak bigarren eskuko Playstation-a erosi dute lokalerako. Oskarrek 43 € jarri ditu, Aitorrek 32 € eta Josebak prezioaren $\frac{1}{6}$. Zenbat jarri du Josebak?

91. Ikasle talde baten $\frac{3}{5}$ -ek kirola egiten dute; horietatik $\frac{2}{7}$ esku-pilotan aritzen dira. Azken horiek 6 badira, zenbat ikaslek egiten dute kirola eta zenbat dira guztira talde horretan?

92. Aurreztuta nuen diruaren $\frac{4}{7}$ urtebetetze baterako oparia erosteko erabili dut, eta geratzen zen diruaren $\frac{3}{5}$ liburu bat erosteko. Liburuak 18 € balio badu, zenbat balio zuen opariak?

93. Naroak kutxatan antolatu du bere mineral bildumaren $\frac{3}{4}$, eta geratzen zaionaren $\frac{1}{3}$ etiketatuta utzi du. Antolatu eta etiketatu gabe geratzen zaizkionak zenbatu eta 8 direla jabetu da. Zenbat mineral ditu Naroak bere bilduman?

94. Idatzi zenbaki hamartar moduan, lehenbizi, eta idazkera zientifikoa erabiliz, gero.

- a) $\frac{5}{10}$ d) $\frac{2}{100.000}$
 b) $\frac{1.234}{100}$ e) $\frac{246}{1.000}$
 c) $\frac{1}{1.000}$

95. Kalkulagailua erabiliz, lortu adierazpen hamartarra, eta esan zein den periodoa.

- a) $\frac{1}{3} =$ d) $\frac{110}{130} =$
 b) $\frac{5}{6} =$ e) $\frac{1}{7} =$
 c) $\frac{6}{11} =$ f) $\frac{5}{7} =$

96. Kalkulatu eta osatu.

- a) $5 \times 1,1 =$ e) $10 \times 1,75 =$
 b) $5 \times 0,1 =$ f) $10 \times 0,75 =$
 c) $5 : 1,1 =$ g) $10 : 1,75 \approx$
 d) $5 : 0,1 =$ h) $10 : 0,75 =$

- Zenbaki bat 1 baino txikiagoa den zenbaki batez biderkatzen dugunean, [.....].
- Zenbaki bat 1 baino txikiagoa den zenbaki batez zatitzen dugunean, [.....].

97. Kalkulatu buruz.

- a) $26 \cdot 0,1 =$ d) $54 : 0,1 =$
 b) $74 \cdot 0,1 =$ e) $37,6 : 0,1 =$
 c) $456 \cdot 0,01 =$ f) $98,765 : 0,01 =$

98. 350.000 euroan salgai dagoen etxe baten azalera $73,3 \text{ m}^2$ -koa da. Zenbat balio du m^2 bakoitzak? Zer prezio edukiko luke etxeak m^2 -aren balioa 4.206,77 eurokoa balitz?

99. Etxe bateko 30 eguneko elektrizitate-gastua 35,95 eurokoa izan da, eta 125 kWh gastatu dute. Zenbat kWh kontsumitu dute eguneko? Zenbat diru kostatu da elektrizitatea eguneko etxe horretan?

100. Etxe horretan, 15 m^3 ur erabili dira 90 eguneko epean. Uraren prezioa $0,5526 \text{ €/m}^3$ bada, zenbat ordaindu beharko dute urarengatik?

101. Aitziber bere etxeko sukaldeko pareta bat pintatzera doa. 5,30 m luze eta 2,63 m altu da pareta. Aukeratutako pinturaren litroak 11,3 € balio du, eta, etiketak dioenez, litro batekin $2,5 \text{ m}^2$ pintatu ditzake. Zenbat gastatu beharko du pinturan?

102. Esne kutxa bateko etiketa nutrizionalak dioenez, 100 ml esnek 3,6 g gantz, 4,6 g karbono hidrato, 3,1 g proteina eta 0,13 g gatz ditu. Zenbat izango du esne horren litro batek horietako bakoitzetik?

103. Herri bateko fruta-sailtzaileek erosleei gauza zailtzea erabaki dute: etiketetan ez dute kg bati dagokion prezioa jarri, baizik eta pisu osoari dagokiona. Horrela, herriko goiko fruta-dendan 1,023 kg marrubik 3,06 euro balio dute eta beheko fruta-dendan, 1,103 kg-k 3,39 euro. Non saltzen dituzte marrubiak merkeago?

104. Adierazi zenbaki hauek ehunekotan, eta ehunekoak zenbaki moduan.

- a) 0,25 e) % 215
 b) 1,25 f) % 34
 c) 0,03 g) % 0,83
 d) 0,00045 h) % 0,0001

105. Kalkulatu ehunekoak.

- a) 100 €-tik 57 €
 b) 23 €-tik 7 €
 c) 543 pertsonatik 123 pertsona
 d) 65 aberetik 21 behor

106. Lursail batean dauden zuhaitzen artetik 156 alertzeak dira, guztizkoaren % 20. Zenbat zuhaitz daude guztira?

107. Esne-etiketa baten arabera, esne horrek 110 mg kaltzio du 100 ml-ko. Kantitate hori pertsona batek egunean hartu beharreko kaltzioaren % 14 bada, zenbat kaltzio behar du pertsona batek egunean? Esnearekin bakarrik lortzekotan, zenbat esne edan beharko luke egunero?

108. “Fasty” patineteek arrakasta handia lortu dute, eta Ismaelek lan egiten duen dendan % 5 igoko dute prezioa. Ismael bere lagun guztiei esatera doa, erostekotan, arin ibiltzeko! Orain 327,95 € balio badu patinete horietako batek, zenbat balioko du igogeraren ondoren?

109. “Roamy” patineteekin ere antzeko zerbait gertatu zen. Bere garaian, % 8 igo zuten prezioa, eta orain 375 € balio dute. Zer prezio zuten “Roamy” patineteek igoera baino lehen?

- 110.** Patineteen kontua gehiegikeria bat da. “Flash” patineteekin ere gauza bera egin zuten. Merkatura atera zirenean, 287,5 € balio zuten, eta, handik denbora gutxira, prezioa 316,25 €-ra igo zuten. Zenbatekoa izan zen igoera ehunekotan?
- 111.** June, Markel, Aritz eta Alaitzek kirol-jertse berriak nahi dituzte. Denda batean honako eskaintza hau egin diete: denek erosten badituzte bertan jertseak % 8ko beherapena egingo diete. Guztien artean ordaindu beharko luketena 188 € balitz, zenbat aurreztuko lukete beherapenarekin?
- 112.** Zer-nolako deskontua egin diote Mireni erosi duen motorraren hasierako prezioa 1.680 €-koa bazen eta azkenean 1.512 € erosi badu?
- 113.** Mikelek aspalditik nahi duen motxila ikusi du beherapenetan. 126 € balio zuen eta % 30eko deskontua duela agertzen da. Zenbat balio du orain motxilak?
- 114.** Azken urtean herriko antzokira doan jende kopuru % 17 jaitsi da. Jakinda batez beste 205 pertsona joaten direla orain, zenbat pertsona ziren lehen? Sarreraren prezioa 12 €-koa bada, zenbat diru gutxiago biltzen du antzokiak ekitaldi bakoitzeko?
- 115.** Josuk eta Jaimek ez dute kontratu bera beren mugikorren datuentzako. Hilero, Josuk 19 € ordaintzen du 23 Gigaren truke eta 10 € Jaimek 12 Gigaren truke. Nork du tarifa merkeena? Tarifa merkeena kontuan hartuta, zenbat garestiagoa da beste tarifa ehunekotan?

ZER IKASI DUT? AUTOEBALUAZIOA

Egin ikasitakoari buruzko gogœta. Jarri, atal bakoitzean, puntuazioa zure buruari, 0tik 10era.

1. Badakit zenbaki osoak, hamartarrak, zatikiak eta ehunekoak konparatzen eta ordenatzen.
2. Badakit edozein zenbaki deskonposatzen, zifren magnitude-ordenaren arabera:
 - Batuketa moduan
 - Batuketa-biderketa moduan
 - Berreketa moduan
3. Badakit zenbaki handiak edo txikiak idazkera zientifikoan adierazten.
4. Badakit edozein zenbaki 10eko berreketa batez erraz biderkatzen edo zatitzen.
5. Badakit zenbaki bat faktore lehenetan deskonposatzen eta hau aplikatzen:
 - Eragiketak errazago egiteko
 - Bi zenbakiren edo gehiagoren multiplo komun txikiena aurkitzeko
 - Bi zenbakiren edo gehiagoren zatitzaile komun handiena
6. Badakit zatikiak sinplifikatzen, zatiki laburtezin baliokidea aurkitu arte.
7. Zatiki batzuk emanik, badakit izendatzaile bereko zatiki baliokideak aurkitzen.
8. Zatikien multzoa zenbaki hamartar periodikoen multzoarekin identifikatzen dut, eta alderantziz.
9. Zatikiak agertzen diren eragiketetan, badakit emaitza zatiki eran edo hamartarrean adierazten.
10. Badakit zatiki bat erabiltzen kantitate baten zati bat kalkulatzeko, edo, zati bat ematen badidate, guztizkoa kalkulatzeko.
11. Badakit zenbaki hamartarrekin eragiketak egiten, beharrezkoa izanez gero idatziz eta kopuru hamartarrekin jotuz.
12. Badakit kantitate baten edozein ehuneko kalkulatzeko.

UNITATE-AMAIERAKO TESTA

1. Osatu. (3 p.)

a. $26.040 = 2 \times [10.000] + 6 \times [1.000] + 4 \times [10]$

b. $30.800.500 = 3 \times 10^{\dots} + 8 \times 10^{\dots} + 5 \times 10^{\dots}$

c. $0,50003 = 5 \times 10^{\dots} + 3 \times 10^{\dots}$

2. Osatu. (3 p.)

a. $6,02 \text{ t} = \dots \text{ kg}$

b. $2,4 \text{ m} = \dots \text{ cm}$

c. $7,5 \text{ cl} = \dots \text{ l}$

3. Osatu. (8 p.)

a. $3,2 < [\text{aukera asko}] < 3,3$

b. $\frac{2}{3} < -\dots < \frac{3}{4}$

c. $\frac{2}{5} < \frac{\dots}{20}$

d. $= \frac{1}{5} \dots \%$

e. $2,30 = \dots = 2,3$

f. $7,05 \times 10^8 = \dots$

g. $30 \text{ milaren} = \dots \text{ hamarreko}$

h. $1,2 \text{ ordu} = \dots \text{ minutu}$

4. Ordenatu txikitik handira. (4 p.)

a. $2,03 ; 2,2 ; 2,15 ; 2,075 ; 2,1$

$\dots < \dots < \dots < \dots < \dots$

b. $\frac{5}{7} ; \frac{3}{5} ; \frac{2}{3} ; \frac{11}{13}$

$\dots < \dots < \dots < \dots$

5. Kalkulatu buruz. (8 p.)

a. $3,6 + 2,5 = \dots$

b. $7,7 - 5,20 = \dots$

c. $0,08 \cdot 10^3 = \dots$

d. $92,6 \times 10^3 = \dots$

e. $20 \times 0,5 = \dots$

f. $20 : 0,5 = \dots$

g. $400 : 0,1 = \dots$

h. $400 \times 0,1 = \dots$

i. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \dots$

j. $\frac{3}{2} : 2 = \dots$

k. $\frac{1}{5} : \frac{2}{5} = \dots$

l. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \dots$

m. $300 \times 600 = \dots$

n. $80.000 : 200 = \dots$

o. $0,9 : 0,3 = \dots$

p. $0,5 \times 0,5 = \dots$

6. Esan zer kalkulu egin behar diren. (3 p.)

a. $50.000\text{ren } \% 5 = 50.000 \times \dots$

b. $50.000 \text{ gehi } \% 21 = 50.000 \times \dots$

c. $50.000 \text{ ken } \% 5 \text{eko deskontua} = 50.000 \times \dots$

7. Osatu. (5 p.)

a. $5^4 = \dots$

b. $(0,2)^3 = \dots$

c. $2^2 \times 2^3 = \dots$

d. $4^3 \times 2^4 = 2^{[\dots]}$

e. $\sqrt{0,64} = \dots$

f. $\sqrt[3]{\dots} = 5$

g. $\sqrt{\dots} = 100$

h. $\sqrt{4^2} = \dots$

i. $\dots < \sqrt{75} < \dots$

j. $\dots < \sqrt{600} < \dots$

8. Esan egia (E) ala gezurra (G) den. (4 p.)

a. $3,2 \times 10,5 = 32 \times 1,05 (\dots)$

b. $1,3 : 5 = 13 : 50 (\dots)$

c. $78,4 : 30 = 784 : 3 (\dots)$

d. $45 \times 0,01 = 45 : 100 (\dots)$

e. $7 : 0,1 = 7 \times 10 (\dots)$

f. $80 + 40 : 2 = 100 (\dots)$

g. $100 : 20 + 30 = 2 (\dots)$

h. $100 + 200 : 5 \times 2 = 120 (\dots)$

9. Kalkulatu. (6 p.)

a. $(-5) + (-4) - (-2) + (+8) = \dots$

b. $(-5) + (-4) \times [(-2) + 8] = \dots$

c. $(-5) \times (-4) \times [(-2) : 8] = \dots$

d. $24 : (-4) - [(-2) + 8] = \dots$

e. $(-2) \cdot [(-4) + 3] = \dots$

f. $4 \cdot (-2) + 4 \cdot (-5 + 8) = \dots$

10. Kalkulatu. Kalkulagailua erabil dezakezu. (4 p.)

a. $(-2)^4 \cdot 8^2 = 1.024$

b. $\sqrt[3]{125} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{20}{9}$

c. $(\sqrt{5})^5 \cdot 2^{-4} = \frac{5}{16}$

d. $\sqrt{\frac{4}{9}} \cdot \sqrt[3]{\frac{-8}{27}} = \frac{4}{9}$

11. Liburu batek 250 orrialde ditu. Atzo liburuaren $\frac{1}{5}$ irakurri nuen, eta gaur geratzen zenaren laurden bat. Zenbat orrialde falta zaizkit liburua bukatzeko? (6 p.)

12. 10 euro ordaindu dut mugikorrarentzako zorro bategatik, baina % 10eko deskontua egin didate. Zenbat balio zuen zorroak? (6 p.)

KALIFIKAZIOA [___/60___]